

SBUF Rapport 11782

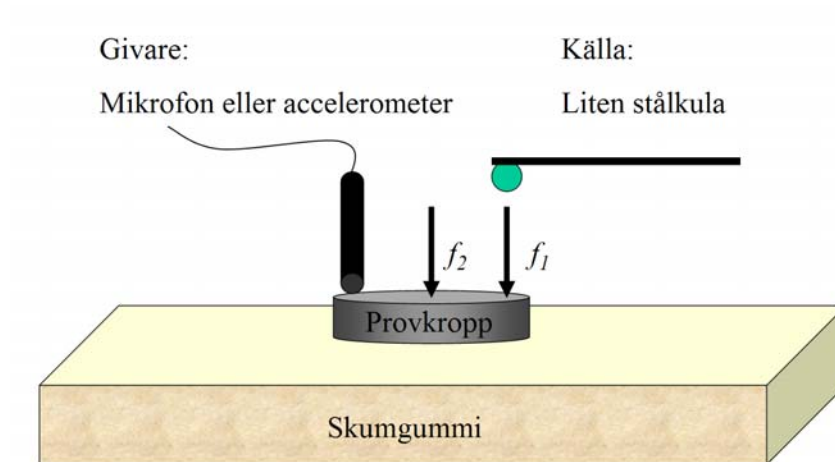
Författare
Nils Rydén/
Erik Malmqvist

Datum
2006-03-30

Telefon
08-619 40 56

Implementering av seismisk mätning för kvalitetskontroll av asfaltbeläggningar

Delrapport Etapp 1



Förord

Resultaten av SBUF-projekt ”Seismisk mätning för kvalitetskontroll av asfaltbeläggningar, etapp 1” visar att resonansfrekvensmätningar på provkroppar med olika diameter/längd (D/L)-förhållanden är fullt möjligt och med en mycket god repeterbarhet mellan de olika provkropparna.

Projektet genomfördes med stöd av SBUF.

Stockholm 2006-03-30

Sammanfattning Etapp 1

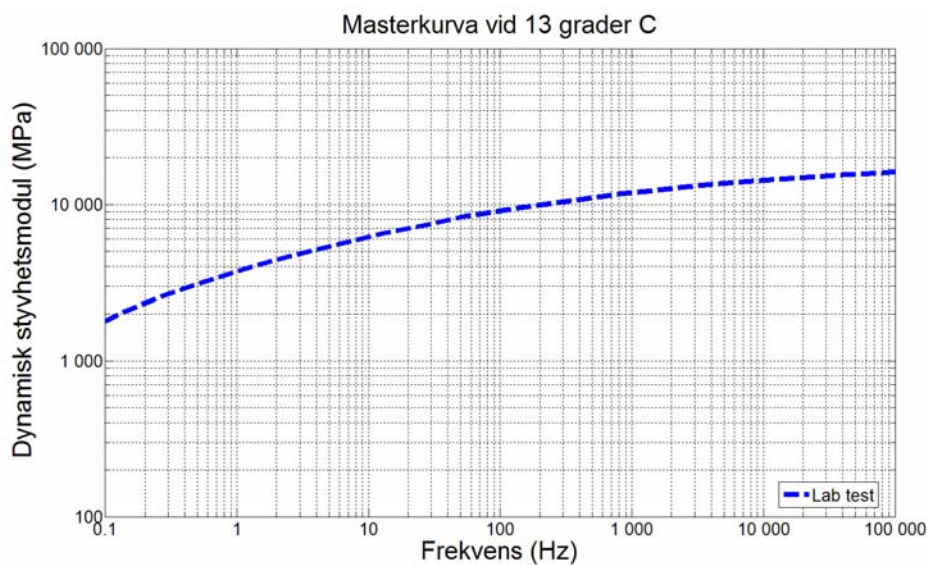
Projektet syftar till att utveckla en enkel och snabb metod baserad på resonansfrekvensmätningar för att kunna mäta upp styvhetsmodulen på cirkulär cylindriska asfaltprover i laboratorium. Alla fasta kroppar har sin egen specifika resonansfrekvens vilken är beroende av styvheten i materialet och geometrin på objektet. För ett material med känd geometri går det därför att bestämma materialets styvhet indirekt genom att mäta upp resonansfrekvensen. Tekniken ger därmed en direkt koppling mellan styvhetsmodul och frekvens vilket är viktigt vid mätning på viskolelastiska material som asfalt. I denna första etapp har möjligheten att genomföra resonansfrekvensmätningar på provkroppar med varierande geometri undersökts. En litteraturstudie har visat att det är relativt komplicerat att beräkna egenfrekvensen för cirkulär cylindriska provkroppar med ett godtyckligt geometriskt förhållande mellan tjocklek och diameter. I nuläget har därför den geometriska korrektionsfaktorn uppskattats med hjälp av presenterade referenstabeller från litteraturstudien. En betongcylinder med känd dynamisk styvhetsmodul har sågats upp i diskar med varierande tjocklekar för att testa tekniken på provkroppar med varierande geometri. Medelvärde av styvhetsmodulen i diskarna blev 34.07 GPa vilket är mycket nära referensvärdet från den ursprungliga cylindern på 34.16 GPa. Detta ger en indikation på att metodiken fungerar för olika geometrier. Resultaten visar också att repeterbarheten i resonansfrekvensmätningarna på betong är mycket god. Variationskoefficienten för 50 individuella mätningar understiger 1 promille. Noggrannheten i den uppmätta geometrin och densitet är dock också mycket viktig vid beräkningen av styvhetsmodulen. I etapp 2 kommer mätmetoden att anpassas till styvhetsmodulmätning på asfalt med en koppling till asfaltens frekvens och temperaturberoende styvhet. Ett datorprogram för att beräkna den exakta geometriska korrektionsfaktorn för olika geometrier kommer också att utvecklas.

Innehållsförteckning

Sammanfattning Etapp 1	1
Innehållsförteckning	2
Inledning.....	3
Syfte	3
Genomförande	4
Förväntade resultat	4
Samarbete	4
Etapp 1: Anpassning av mätmetod till geometrin på borrhärdar	5
Genomförande	5
Bakgrund resonansfrekvensmätningar	6
Litteraturstudie resonansfrekvensmätningar	7
Metodbeskrivning för resonansfrekvensmätningar på betongprovkroppar	8
Resultat från resonansfrekvensmätningar på betongprovkroppar	11
Slutsatser från etapp 1 resonansfrekvensmätningar på betong.....	14
Referenser.....	15

Inledning

Funktionsupphandlingar genererar ett ökat behov av effektiva, enkla och framförallt oförstörande mätmetoder för att bestämma kvalitetsparametrar för asfaltbeläggningar. Ljudvågsmätningar ger en möjlighet att mäta upp asfaltens styvhetsmodul i både laboratorium och fält. Detta ger en möjlighet att etablera den viktiga länken mellan dimensionering och mätning/kontroll. Beläggningens tjocklek dimensioneras främst av två avgörande parametrar, trafikmängd och styvhetsmodul på asfaltlagren. Asfaltens styvhetsmodul är beroende av aktuell temperatur och belastningens frekvens, se exempel i Figur 1.



Figur 1. Asfaltens styvhetsmodul kan beskrivas med en masterkurva som visar modulens variation med frekvens för en given temperatur.

Idag finns det två metoder för att bestämma styvhetsmodulen i laboratorium, Fas 454 och BSI DD 213. Ny teknik har gjort det möjligt att genom seismiska mätningar bestämma styvhetsmodulen på befintliga beläggningar i fält (Ryden, 2004). Mätprincipen går ut på att generera och mäta upp ljudvågor (ytvågor) på beläggningsytan. Genom att bestämma hastigheten på ljudvågorna kan asfaltens styvhetsmodul vid olika frekvenser utvärderas. Det finns också en möjlighet att mäta upp ljudhastigheten (och därmed styvhetsmodulen) på provkroppar i laboratorium genom förhållandevis enkla resonansfrekvensmätningar på provkroppar med känd geometri.

Resonansfrekvensmätningar i laboratorium har tidigare endast tillämpats på elastiska material i form av ”cylindrar” med ett diameter/längdförhållande (D/L) på 0.5 och tunna ”diskar” med D/L runt 15 (ASTM E 1876-99). Idag används borrade samt laboriepackade (marshall) provkroppar med en diameter av 100 mm. Tjockleken kan variera beroende på hur tjocka lager som lagts ut på vägen. Därav kommer geometrin att förändras från provkropp till provkropp och från objekt till objekt.

Syfte

Syftet med projektet är att undersöka möjligheten att genomföra resonansfrekvensmätningar på viskoelastiska material (asfalt) och provkroppar med varierande geometri. Detta innebär ett första steg i implementering av seismiska mätningar för kvalitetskontroll av

asfaltbeläggningar. Projektet kommer att ligga till grund för vidare undersökningar av olika typer av asfaltkonstruktioner.

Genomförande

Projektet delas in i olika etapper där etapp 1 undersöker anpassningen av mätmetoden (resonansfrekvensmätning) till geometrin på borrhärnor. I etapp 1 görs en grundlig litteraturstudie av resonansfrekvenser i cylindrar och diskar samt en kontroll av repeterbarheten i mätningarna. I etapp 2 kommer mätmetoden att anpassas till styvhetsmodulmätning på asfalt med en koppling till asfaltens masterkurva.

Förväntade resultat

Projektet förväntas leda till en enklare och snabbare metod att bestämma styvhetsmodul och tvärkontraktionstal (förhållande mellan deformation axiellt och radiellt) på cirkulär cylindriska asfaltprover i laboratorium.

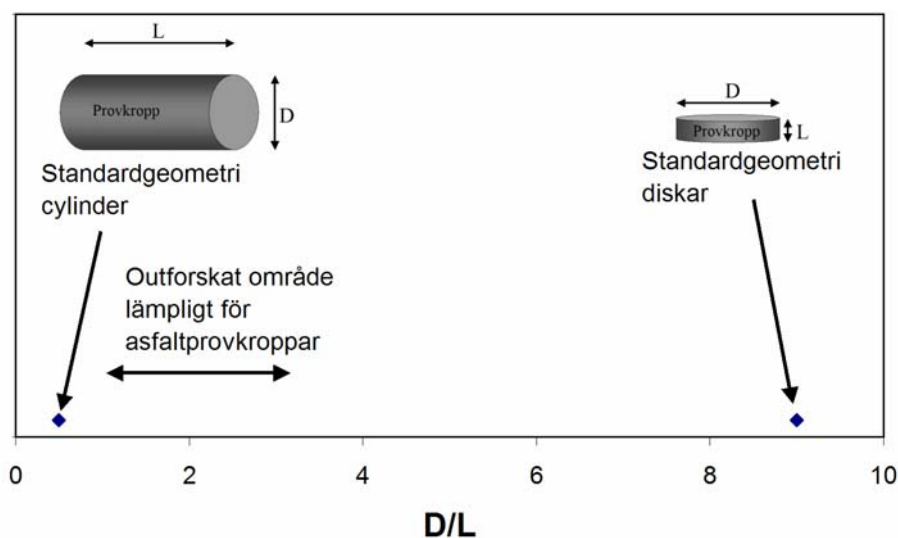
Samarbete

Projektet drivs som ett samarbete mellan PEAB och LTH.

Etapp 1: Anpassning av mätmetod till geometrin på borrhärnor

Genomförande

Det är avgörande för projektet att undersöka hypotesen, om det överhuvudtaget går att genomföra resonansfrekvensmätningar på provkroppar med ett D/L förhållande runt 2? För att ta reda på detta behöver både experimentella mätningar och teoretiska beräkningar göras för den aktuella geometrin. Mätningar behöver göras för att verifiera att det går att mäta upp en förväntad resonansfrekvens i provkroppar med aktuell geometri. Teoretiska beräkningar krävs för att verifiera att den uppmätta resonansfrekvensen är i överensstämmelse med vad som går att prediktera utifrån en given styvhetsmodul (alltså förstå vad man gör!).



Figur 2. Det utforskade området som är aktuellt för asfaltprovkroppar ligger mellan standarden för cylindrar och diskar.

För att undersöka möjligheterna att bestämma styvhetsmodulen på asfaltprovkroppar med varierande geometri avser vi att först tillverka betongprovkroppar i form av cylindrar med det standardiserade geometriska förhållandet $D/L=0.5$. Betong har fördelen att det är ett någorlunda homogent elastiskt material utan någon signifikant temperatur och frekvensberoende styvhetsmodul. Betongcylindrarnas styvhetsmodul kommer att bestämmas genom resonansfrekvensmätningar med det beprövade geometriska förhållandet $D/L=0.5$ (Subramaniam et al., 2000; ASTM E 1876-99). Efter att betongens dynamiska styvhetsmodul bestämts med denna metod kommer provkropparna att sågas i successivt mindre och mindre bitar som efterliknar verkliga asfalttjocklekar (20mm, 22mm, 31mm, 41mm och 51mm). Den uppmätta styvhetsmodulen vid dessa typiska geometrier för asfaltprovkroppar (D/L runt 2) borde då ge ungefär samma värde som uppmätts på cylindrarna, om metoden fungerar.

Parallellt med experimentet ovan kommer en litteraturstudie över olika beräkningsmodeller att göras. Det finns idag ingen exakt analytisk lösning för att beräkna resonansfrekvensen för en given 3-dimensionell cirkulärcylindrisk provkropp. Ett flertal approximativa metoder har dock tagits fram (Martinček 1965; Hutchinson, 1979; Glandus, 1981; Leming et al., 1998; So och Leissa 1998; Subramaniam et al., 2000), men ingen av dessa studier har fokuserat på provkroppar med det geometriska förhållandet runt 2. Vi kommer att göra en litteraturstudie

över approximativa beräkningsmodeller för 3-dimensionella cirkulärcylindriska provkroppar för att se vilken av dessa som kan vara lämplig att använda för asfaltprovkroppar.

Bakgrund resonansfrekvensmätningar

Principen att mäta upp resonansfrekvenser för provkroppar med känd geometri används inom många olika tillämpningar. Alla fasta kroppar har sin egen specifika resonansfrekvens vilken är beroende av styvheten i materialet och geometrin på objektet. För ett homogent elastiskt material med känd geometri går det därför att bestämma materialets styvhet indirekt genom att mäta upp resonansfrekvensen (f_i). Metoden kan jämföras med en stämgafler av stål där olika storlekar på gaffeln ger olika toner (frekvenser), se Figur 3.



Figur 3. Geometrin och materialet i en stämgafler avgör vilken ton (frekvens) som kan alstras.

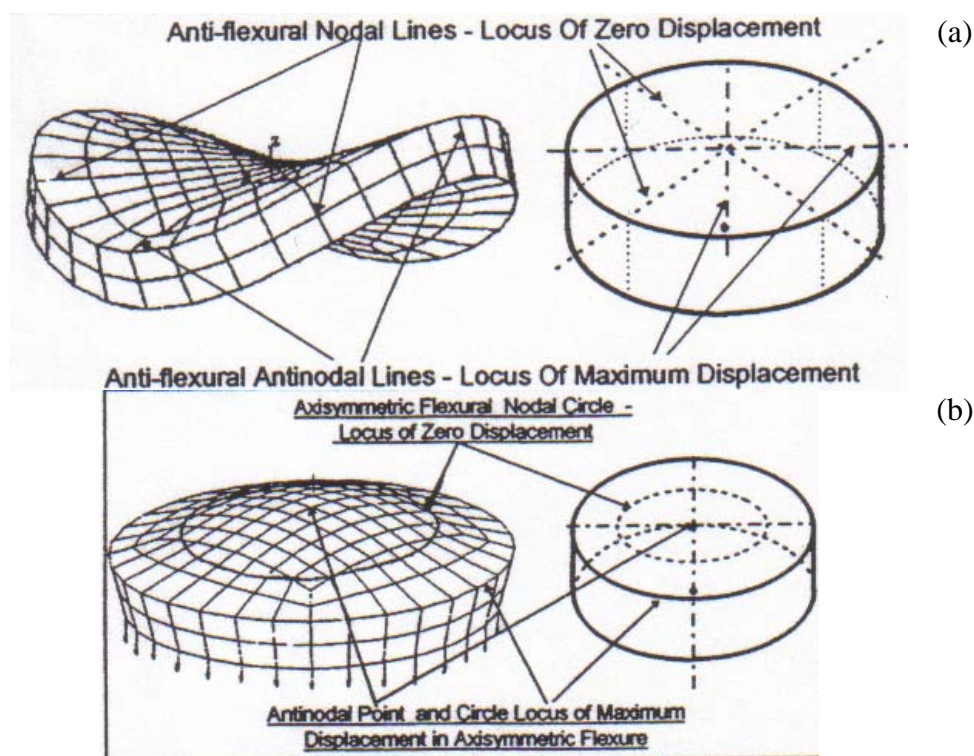
En förutsättning för att kunna använda metoden i praktiken är att det teoretiskt går att beräkna resonansfrekvensen utifrån givna materialegenskaper och geometri. Den metod som hittills använts för betong (ASTM E 1876-99) bygger på en förenklad 1-dimensionell (1D) teoretisk modell vilket gör att metoden bara kan tillämpas på cylindrar med ett D/L förhållande <0.5 . Denna förenklade teori bygger på att $L \gg D$ och att våglängden (λ) $\lambda \gg D$. Vid detta förhållande går det att försumma tröghetsmoment och skjuvspänningar i cylindern och resonansfrekvensen f_1 i längdled kan beräknas med det förenklade uttrycket

$$E = \rho(2f_1L)^2$$

Ekvation 1

där ρ står för materialets skrymdensitet. Det bör dock påpekas att även vid $D/L=0.5$ är ekvation 1 en förenkling av verkligheten och Subramaniam et al., (2000) rekommenderar att exakt 3D teori bör användas även vid $D/L=0.5$. I noggrannare 3D teori beaktas tröghetsmoment och skjuvspänningar vilket gör att förhållandet mellan styvhetsmodul och resonansfrekvens också blir beroende av geometrin (D/L) och tvärkontraktionstalet (ν), även kallat Poisson's tal.

En stämgafler är utformad som en gaffel för att enbart generera en bestämd ton (svängningsmod) när den används på rätt sätt. De flesta fasta kroppar har dock flera olika svängningsmoder (f_i). Den lägsta egenfrekvensen kallas grundmoden eller den fundamentala moden och övertoner kallas högre svängningsmoder. Figur 4 visar de två första svängningsmoderna f_1 och f_2 för en disk. Svängningsmoder i diskar och cylindrar definieras ofta med hjälp av antal nod-diametrar (n) och nod-cirklar (s) som $f(n,s)$ (Graff, 1975). Grundmoden f_1 har två nod-diametrar och en nod-cirkel och kan därför också betecknas som $f(2,1)$. I detta beteckningssystem definieras f_2 som $f(0,1)$.

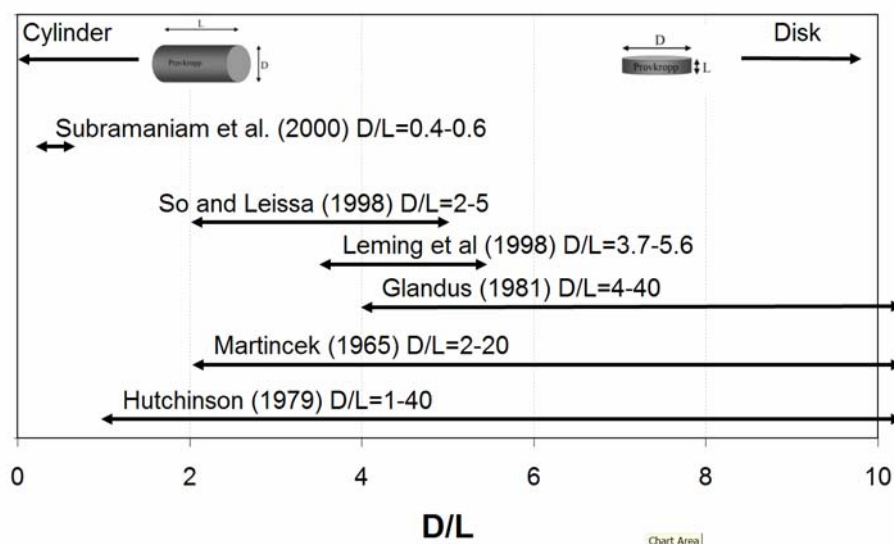


Figur 4. De två första svängningsmoderna f_1 och f_2 för en disk från (ASTM E 1876-99).

Litteraturstudie resonansfrekvensmätningar

För att kunna arbeta vidare med resonansfrekvensmätningar i asfaltpuckar är det främst provkroppens geometri och effekten av asfaltens viskoelasticitet som behöver studeras.

När geometrin för en provkropp avviker från standard måttet $D/L=0.5$ blir det komplicerat att beräkna resonansfrekvensen utifrån givna materialegenskaper och geometri. Det finns idag ingen exakt analytisk lösning för att beräkna resonansfrekvensen för en given 3-dimensionell provkropp. Ett flertal approximativa metoder har dock tagits fram (Martinec 1965; Hutchinson, 1979; Glandus, 1981; Leming et al., 1998; So och Leissa 1998; Subramaniam et al., 2000). Figur 5 visar en översikt över de teoretiska approximativa modeller som studerats i denna studie. Ingen av dessa studier har visat på verkliga mätningar på provkroppar med det geometriska förhållandet runt 2. Endast Subramaniam et al (2000) och Leming et al. (1998) har presenterat verkliga mätningar i sina studier. Viskoelastiska materialegenskaper har inte studerats i någon av de teoretiska studier som presenteras i Figur 5.



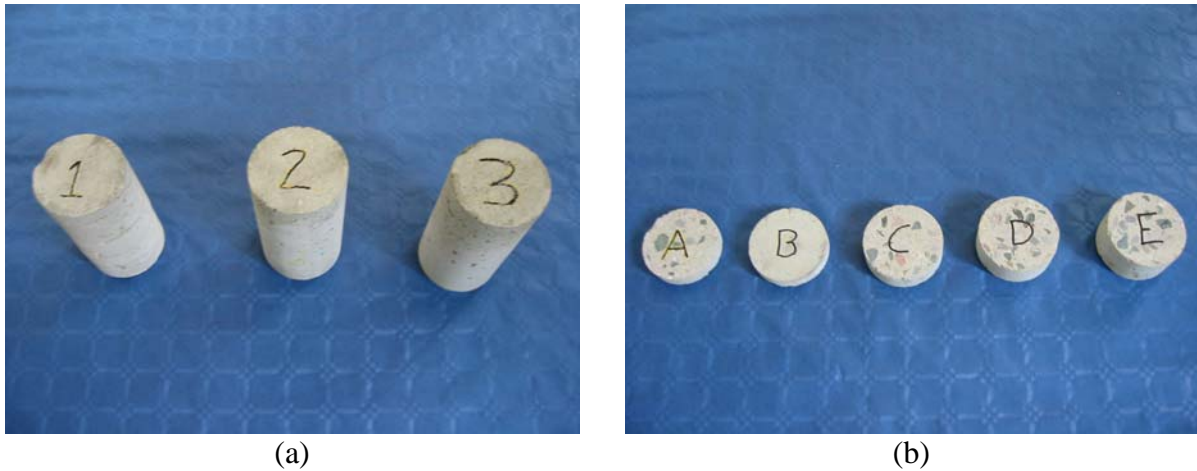
Figur 5. Schematisk översikt över teoretiska approximativa modeller för att beräkna resonansfrekvenser för tredimensionella provkroppar.

Martincek (1994) har presenterat en del inledande teoretiska modeller för resonansfrekvensmätningar i viskoelastiska asfaltprovkroppar. Martincek har dragit slutsatsen att metoden inte är tillämpbar på asfalt på grund av för hög dämpning i materialet. Eftersom metoden bygger på att mäta upp resonansfrekvensen, är det nödvändigt att provkroppen ”hinner” vibrera tillräckligt länge för att resonansfrekvensen ska registreras. Resultat från Aouad (1993) motsäger delvis Martincek’s teori och visar att det går att göra resonansfrekvensmätningar på asfaltprovkroppar ($D/L=0.5$) upp till 50°C . Nazarian et al. (2002) har också visat att det går att mäta upp resonansfrekvenser i asfaltprovkroppar med $D/L=0.5$. I deras studie har resonansfrekvensmätningar på asfaltprovkroppar med varierande geometri utförts men ändå utvärderats med den förenklade 1D teorin (ekvation 1). Resultaten visar att styvhetsmodulen underskattas med upp till 40% när D/L ökar från 0.5 till 1.0 om enbart ekvation 1 tillämpas.

Martincek (1965) föreslog en metod för resonansfrekvensmätningar på diskar men presenterade inga egna mätningar. Martincek’s metod tillämpades senare på tunna diskar av Glandus (1981) och denna studie ligger till grund för ASTM standarden för tunna diskar (ASTM 1876-99).

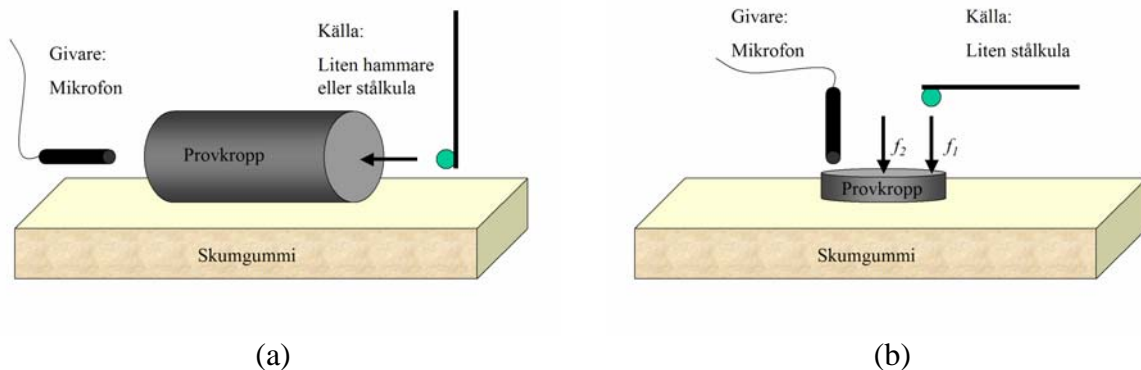
Metodbeskrivning för resonansfrekvensmätningar på betongprovkroppar

I denna studie har Martincek’s metod för diskar tillämpats på betongprovkroppar. Tre cylindrar av betong har tillverkats med diametern 100 mm och längden 200 mm (standardgeometrin $D/L=0.5$). Efter 18 dygns härdning gjordes resonansfrekvensmätningar på cylinder 1 med metoden beskriven av Subramaniam et al., (2000). Cylinder 1 sågades därefter upp i 5 ”puckar” med olika tjocklekar, se Figur 6. Syftet med detta var att kunna testa tekniken på olika geometrier med känd (uppmätt) styvhetsmodul.



Figur 6. (a) Tillverkade betongcylindrar med standardgeometrin $D/L=0.5$. (b) Diskar A till E med varierande tjocklek ($D/L=2-5$) utsågade från cylinder 1.

Figur 7 visar mätuppställningarna som använts vid mätningar på cylindrar och diskar. Mätningen på cylindrarna ger resonansfrekvensen (f_1) och styvhetsmodulen har beräknats enligt den förfinade 3D metoden av Subramaniam et al., (2000).



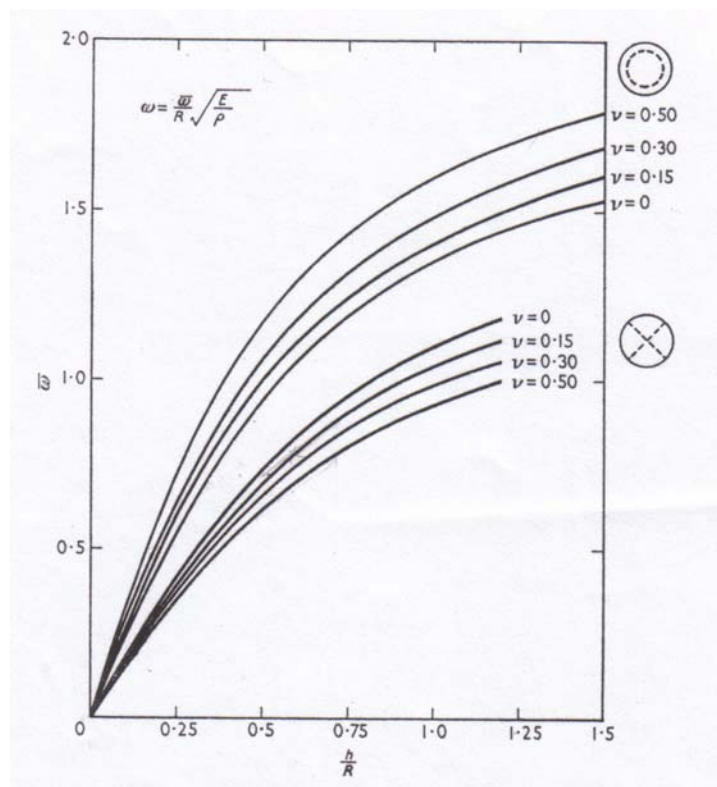
Figur 7. (a) Mätuppställning vid resonansfrekvensmätning på cylinder. (b) Mätuppställning vid resonansfrekvensmätning på diskar. Läget för generering av den fundamentala moden (f_1) och den första högre svängningsmoden (f_2) för diskar är markerade med pilar.

Vid mätningen på diskar har både den fundamentala moden (f_1) och den första högre moden (f_2) mätts upp. Kvoten f_2/f_1 är en funktion av tvärkontraktionstalet (ν) och tvärkontraktionstalet kan därmed bestämmas direkt från f_1 och f_2 . Enligt Martincek's metod kan sedan den dynamiska styvhetsmodulen (E) beräknas från f_1 och/eller f_2 med följande samband

$$E = \frac{4\pi^2 f_i^2 R^2 \rho}{\varpi_i} \quad (\text{Ekvation 2})$$

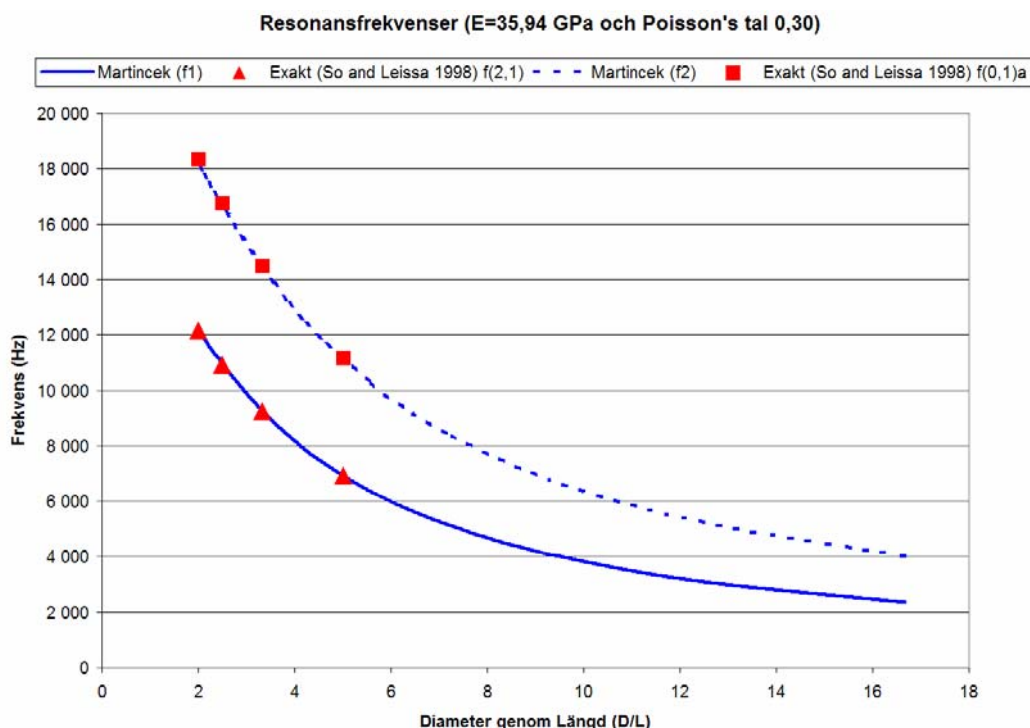
där R är radien på provkroppen och ϖ_i är en geometrisk faktor som beror av både D/L och ν . Martincek (1965) presenterade en tabell och en figur som visar hur ϖ_i varierar med D/L och tvärkontraktionstal (Poisson's tal) för respektive svängningsmod, se Figur 8. Martincek's

tabell kan användas för att uppskatta värden på ϖ_i utan att lösa de differentialekvationer som beskriver exakt hur ϖ_i varierar med geometri och tvärkontraktionstal.



Figur 8. Den geometriska faktorn ϖ som funktion av geometrin och tvärkontraktionstalet, från (Martinec, 1965). De undre kurvorna representerar den fundamentala svängningsmoden (f_1) och de övre kurvorna representerar den första högre moden (f_2).

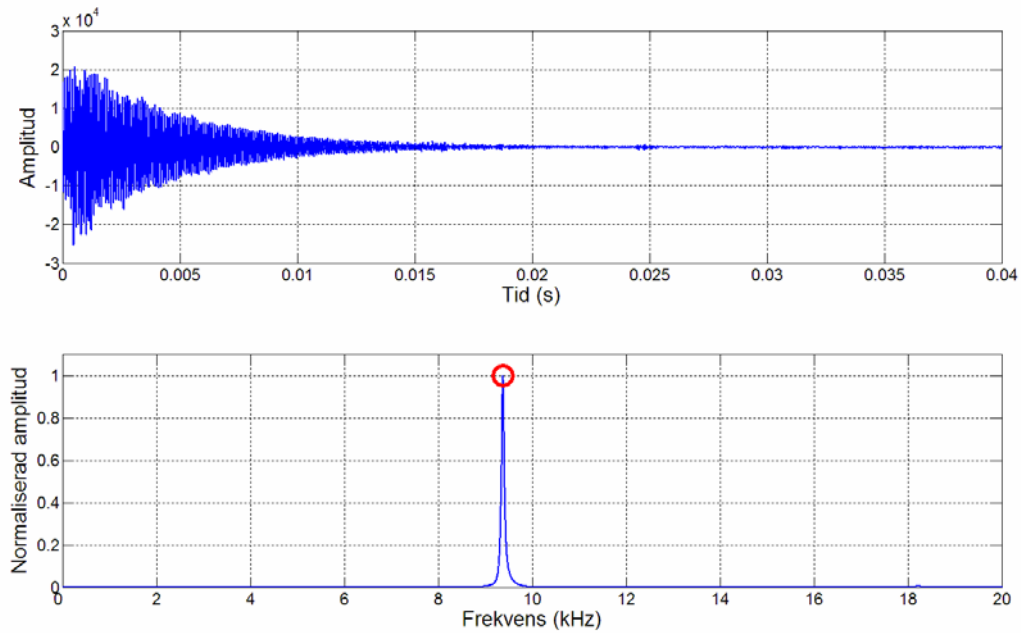
I denna studie har ϖ tagits från Martinec's tabell. I tabellen finns det bara 6 värden per kurva i Figur 8. Spline interpolation mellan dessa värden har därför tillämpats för att uppskatta ett noggrannare värde på ϖ . För att kontrollera noggrannheten i denna metodik har resonansfrekvenser för en given disk ($E=35\,942$ MPa, $\nu=0.30$) med olika D/L förhållande beräknats med de interpolerade ϖ värdena och jämförts med exakta referensvärden publicerade av So och Leissa (1998). Figur 9 visar att de beräknade resonansfrekvenserna baserade på interpolation i Martinec's tabell stämmer väl överens med de exakta värdena från So och Leissa (1998). Den största avvikelserna mellan frekvenserna i Figur 9 är 0.5 %. Denna jämförelse visar att metodiken som används på diskarna i denna studie borde vara tillräckligt noggrann för att uppfylla syftet. För att öka noggrannheten ytterligare måste en algoritm för att lösa differentialekvationerna i Martinec's metod (eller någon annan av metoderna i Figur 5) utvecklas.



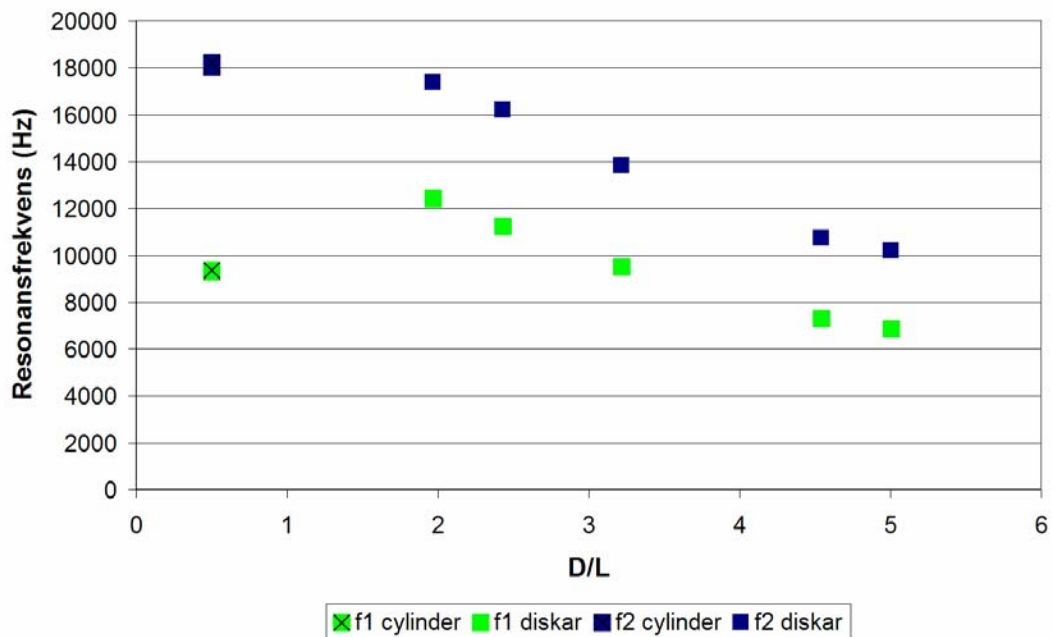
Figur 9. Blå linjer visar beräknade resonansfrekvenser baserade på interpolation i Martinec's tabell och röda punkter visar de exakta värde som presenteras i So och Leissa (1998).

Resultat från resonansfrekvensmätningar på betongprovkroppar

Figur 10 visar ett exempel på en uppmätt signal i tid respektive frekvensdomän. Den övre figuren visar hur provkroppen vibrerar med en konstant frekvens och avtagande amplitud. Dämpningen i materialet kan utvärderas från amplitudens avklingning med tiden. För att kunna identifiera resonansfrekvensen tydligt, transformeras den uppmätta signalen till frekvensdomän (undre delen av Figur 10). Resonansfrekvensen utvärderas som piken i spektrumet (röd cirkel). Figur 11 visar alla uppmätta resonansfrekvenser i försöket.



Figur 10. Exempel på en registrerad signal från mätningen efter 120 dygn på cylinder 3. Den övre figuren visar den registrerade signalen från mikrofonen. Den undre figuren visar motsvarande signal i frekvensdomän. Resonansfrekvensen syns som en tydlig pik, i detta fallet vid 9 378 Hz (röd cirkel).



Figur 11. Uppmätta resonansfrekvenser för olika provkroppar med olika geometrier.

Tabell 1 visar en sammanställning över resultaten från alla mätningar på cylindrarna. Motsvarande resultat från de utsågade diskarna redovisas i Tabell 2. Figur 12 visar uppmätta styvhetsmoduler på de tre cylindrarna och de fem diskarna utsågade från cylinder 1. Det bör observeras att skalan på styvhetsmodulen i Figur 12 inte börjar på noll och spridningen i uppmätta styvhetsmoduler är relativt liten. Disk B visar störst avvikelse (7 %) jämfört med det

uppmätta värdet på cylinder 1. Om inte disk B räknas in blir medelvärdet av alla diskar 34.07 GPa vilket är mycket nära det uppmätta värdet på cylinder 1 (34.16 GPa).

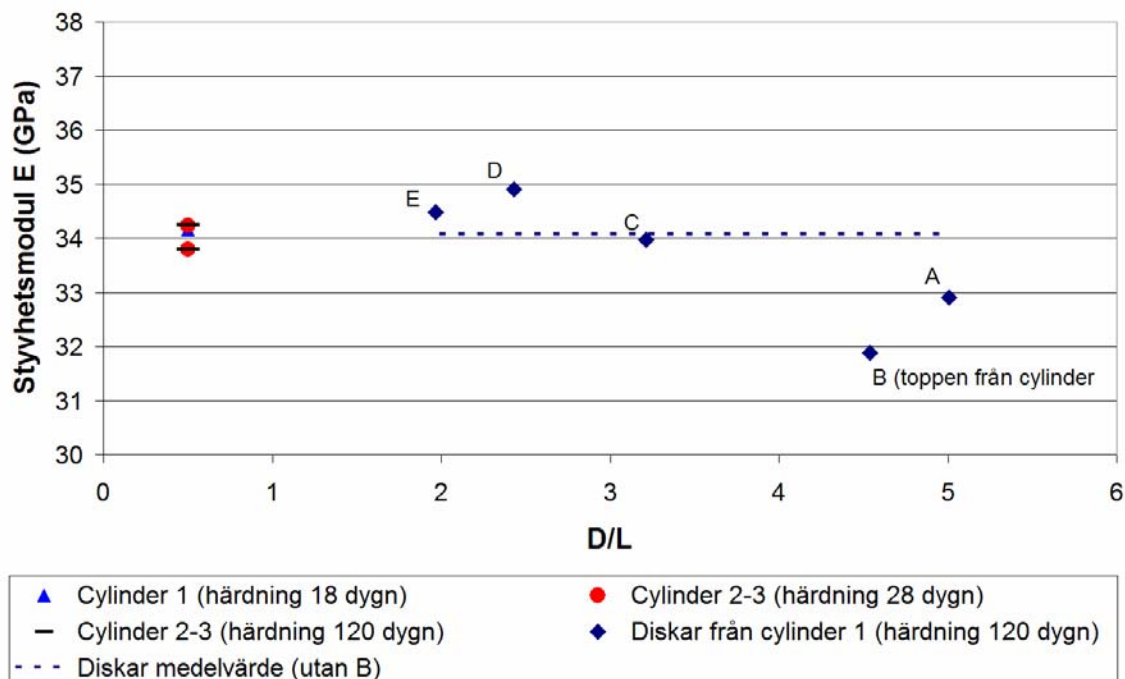
Den lägre styvhetsmodulen på disk B kan möjligen förklaras från diskens ursprungliga läge i cylindern. Disk B motsvarar toppen på cylinder 1 och är därmed bara sågad i underkanten. I Figur 6b syns disk B och den avvikande ytan utan någon synlig ballast. Kanske kan den totala ballastmängden i disk B och därmed styvheten vara mindre på grund av att den kommer från toppen av cylinder 1?

Tabell 1. Sammanställning av mätningar på cylindrar.

Cylinder	Lagrad (dygn)	Längd (m)	Diameter (m)	D/L	f1 (Hz)	E (GPa)
1	18	0.200	0.100	0.5	9365	34.16
2	28	0.200	0.100	0.5	9315	33.79
3	28	0.200	0.100	0.5	9375	34.23
2	120	0.200	0.100	0.5	9315	33.80
3	120	0.200	0.100	0.5	9378	34.26

Tabell 2. Sammanställning av mätningar på diskar efter 120 dygns lagring (utsågade från cylinder 1).

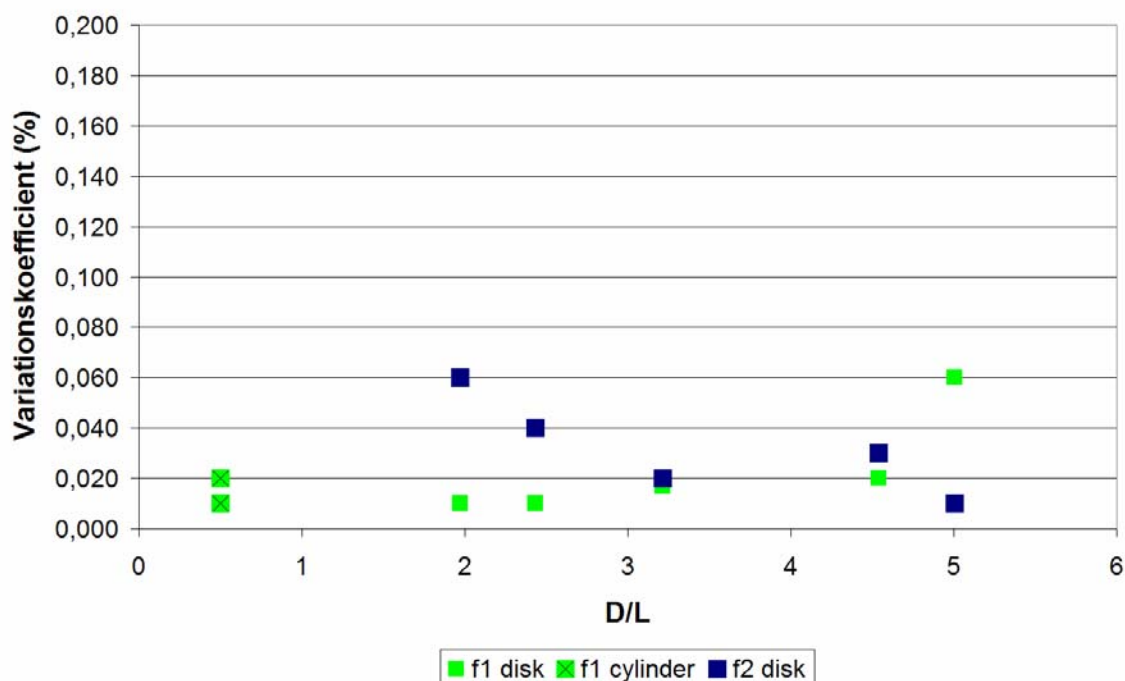
Disk	Längd (m)	Diameter (m)	D/L	f1 (Hz)	std f1	f2 (Hz)	std f2	Poi	E (GPa)
A	0.0200	0.1000	5.0063	6 879.10	3.80	10 198.10	1.40	0.19	32.90
B	0.0220	0.1000	4.5403	7 321.25	1.36	10 726.70	2.88	0.18	31.88
C	0.0311	0.1000	3.2154	9 519.15	1.65	13 832.40	2.57	0.20	33.98
D	0.0412	0.1000	2.4301	11 236.65	1.20	16 196.55	6.51	0.23	34.91
E	0.0508	0.1000	1.9685	12 416.30	1.69	17 379.45	10.51	0.21	34.48



Figur 12. Resultat från resonansfrekvensmätningar på cylinder 1-3 och diskar A-E från cylinder 1.

För att kontrollera repeterbarheten i mätningarna upprepades alla individuella mätningar 50 gånger och standardavvikelsen beräknades, se Tabell 2. I Figur 13 har variationskoefficienten (std/medel i %) plottats mot olika D/L geometrier. Figuren visar att alla mätningar uppvisar en

mycket god repeterbarhet med en variationskoefficient mindre än 0.1 %. Detta ger också en indikation på att resonansfrekvenserna går lika lätt att generera och registrera oavsett geometri.



Figur 13. Resonansfrekvensens variationskoefficienten som funktion av olika D/L värden på provkroppar.

Det bör påpekas att potentiella fel i R och ρ inte är försumbara vid beräkningen av styvhetsmodulen. Ekvation 2 visar att E är proportionell mot R^2 och ett litet fel i den uppmätta radien kan alltså ge ett relativt stort fel i den beräknade styvhetsmodulen. Ett fel i R påverkar dessutom ϖ och det totala felet i styvhetsmodul kan därför bli relativt stort. Om till exempel radien för disk E är 1 mm mindre än 50 mm (2 % av radien) blir felet i styvhetsmodul -5.7 % eller -1.9 GPa.

Slutsatser från etapp 1 resonansfrekvensmätningar på betong

- De approximativa beräkningsmodeller som finns tillgängliga för diskar med L/D runt 2 är mycket komplicerade att lösa. I nuläget har därför den geometriska korrektionsfaktorn ϖ uppskattats med hjälp av interpolation från Martinec's tabell (Martinec, 1965).
- Medelvärdet av styvhetsmodulen på alla diskar (utom disk B) är 34.07 GPa vilket är mycket nära det uppmätta värdet på 34.16 GPa från den ursprungliga cylindern. Detta ger en indikation på att metodiken fungerar för olika geometrier.
- Repeterbarheten i resonansfrekvensmätningarna på betong är mycket god. Variationskoefficienten för de 50 individuella mätningarna på diskar och cylindrar understiger 1 promille.
- Noggrannheten i den uppmätta geometrin och densitet är också mycket viktig vid beräkningen av styvhetsmodulen.

Referenser

- Aouad, M.F., 1993, Evaluation of Flexible Pavements and Subgrades Using the Spectral-Analysis-of-Surface-Waves (SASW) Method, PhD thesis, Univ. of Texas at Austin, Texas.
- ASTM E 1876-99, Standard test method for dynamic Young's modulus, shear modulus, and Poisson's ratio by impulse excitation of vibration, American Society for Testing and Materials (ASTM).
- Glandus, J. C., 1981, Rupture fragile et résistance aux chocs thermiques de céramiques a usage mécaniques, Thesis, University of Limoges, France.
- Graff, K.E., 1975, *Wave motion in elastic solids*. Oxford University Press, London.
- Hutchinson, J. R., 1979, Axisymmetric flexural vibrations of a thick free circular plate, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 46, pp. 139-144.
- Leming, M. L., Nau, J. M., and Fukuda, J., 1998, Nondestructive determination of the dynamic modulus of concrete disks, *ACI Materials Journal*, Vol. Jan-Feb, No. 95-M6, pp 50-57.
- Nazarian, S., Yuan, D., Tandon, V., and Arellano, M., 2002, Quality management of flexible pavement layers with seismic methods, Research Report 1735-3F, Center for Highway Materials Research, University of Texas at El Paso.
- Martincek, G., 1994, Dynamics of pavement structures, E & FN Spon and Ister Science Press, Slovak Republic.
- Martincek, G., 1965, The determination of poisson's ratio and the dynamic modulus of elasticity from the frequencies of natural vibration in thick circular plates, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 2, Nr. 2, pp. 116-127.
- Ryden, N., 2004, Surface wave testing of pavements, Doktorsavhandling, Lunds Tekniska Högskola, Lunds Universitet.
- So, J., and Leissa, A.W., 1998, Three-dimensional vibrations of thick circular and annular plates, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 209, No. 1, pp 15-41.
- Subramaniam, K.V., Popovics, J.S., and Shah, S.P., 2000, Determining elastic properties of concrete using vibrational resonance frequencies of standard test cylinders, *Cement, Concrete, and Aggregates, CCAGDP*, Vol. 22, No. 2, pp. 81-89.