

Analys av osäkerhet i beräkning av energianvändning i hus och utveckling av säkerhetsfaktorer

Direktmetoden

Lars Jensen

Avdelningen för installationsteknik
Institutionen för bygg- och miljöteknologi
Lunds tekniska högskola
Lunds universitet, 2008
Rapport TVIT--08/7030



Lunds Universitet

Lunds Universitet, med nio fakulteter samt ett antal forskningscentra och specialhögskolor, är Skandinaviens största enhet för forskning och högre utbildning. Huvuddelen av universitetet ligger i Lund, som har 100 400 invånare. En del forsknings- och utbildningsinstitutioner är dock belägna i Malmö, Helsingborg och Ljungbyhed. Lunds Universitet grundades 1666 och har idag totalt 6 000 anställda och 41 000 studerande som deltar i ett 90-tal utbildningsprogram och ca 1000 fristående kurser erbjudna av 88 institutioner.

Avdelningen för installationsteknik

Avdelningen för Installationsteknik tillhör institutionen för Bygg- och miljöteknologi på Lunds Tekniska Högskola, som utgör den tekniska fakulteten vid Lunds Universitet. Installationsteknik omfattar installationernas funktion vid påverkan av människor, verksamhet, byggnad och klimat. Forskningen har en systemanalytisk och metodutvecklande inriktning med syfte att utforma energieffektiva och funktionssäkra installationssystem och byggnader som ger bra inneklimat.

Nuvarande forskning innefattar bl a utveckling av metoder för utveckling av beräkningsmetoder för godtyckliga flödessystem, konvertering av direktelvärmda hus till alternativa värmesystem, vädring och ventilation i skolor, system för brandsäkerhet, alternativa sätt att förhindra rökspredning vid brand, installationernas belastning på yttre miljön, att betrakta byggnad och installationer som ett byggnadstekniskt system, analysera och beräkna inneklimatet i olika typer av byggnader, effekter av brukarnas beteende för energianvändning, reglering av golvvärmesystem, bestämning av luftflöden i byggnader med hjälp av spårgasmetod. Vi utvecklar även användbara projekteringsverktyg för energi och inomhusklimat, system för individuell energimätning i flerbostadshus samt olika analysverktyg för optimering av ventilationsanläggningar hos industrin.

Analys av osäkerhet i beräkning av energianvändning i hus och utveckling av säkerhetsfaktorer

Direktmetoden

Lars Jensen

© Lars Jensen, 2008

ISRN LUTVDG/TVIT--08/7030--SE(65)

Avdelningen för installationsteknik
Institutionen för bygg- och miljöteknologi
Lunds tekniska högskola
Lunds universitet
Box 118
221 00 LUND

Innehållsförteckning

1	Inledning och kort projektbeskrivning	5
	Bakgrund	5
	Syfte	5
	Planerat genomförande	5
	En alternativ lösning	5
	Disposition och avgränsning	6
2	Frågeställningar	7
	Vilka energibehov skall undersökas?	7
	Vad innebär egentligen kWh/m ² egentligen?	7
	Vad är ett gångbart energikrav?	8
	Vilka typer av byggnader skall undersökas?	8
	Vilka nya byggnader skall metoden testats på?	8
	Vilka beräkningsmetoder skall användas?	8
	Vilka indata till beräkning?	9
	Hur skall individuell debitering behandlas?	10
	Hur skall metoden valideras?	10
3	Principexempel och inverkan av samvariation	11
	Resultat summa	11
	Resultat produkt	13
	Resultat division	15
	Sammanfattning	17
4	Tillämpningsexempel med inverkan av samvariation	19
	Beräkningsfall	19
	Resultat	25
	Sammanfattning	25
5	Förenklad direktmetod	27
	Bakgrund	27
	Förenklad direktmetod	28
	Sammanfattning	28
6	Fullständig direktmetod	33
	Bakgrund	33
	Direktmetoden - teori	34
	Enkelsidigt test för väntevärdet för känd fördelning	34
	Enkelsidigt test för väntevärdet för okänd fördelning	35
	Enkelsidigt test med given sannolikhet och konfidensgrad	36
	Sammanfattning	36

7	Minimal direktmetod - teori	41
	Linjär modell	41
	Kvadratisk modell	42
	Förenklad kvadratisk modell	42
	Skattning av modellens medelvärde m_E	43
	Skattning av modellens standardavvikelse σ_E	43
	Förklaringskvot	44
8	Minimal direktmetod - praktik	45
	Tillämpbarhet, tydlighet, enkelhet och betydelse	45
	Användbarhet, aktualitet och uppdatering	45
	Användarvänlighet och generalitet	45
	Indata för klimatskal	46
	Indata för ventilation	46
	Indata för in- och exfiltration	46
	Innetemperatur	47
	Utetemperatur	47
	Solinstrålning	47
	Personvärme	48
	Hushållsel	48
	Fastighetsel	48
	Varmvatten	48
9	Minimal direktmetod – tillämpningsexempel	49
	Byggnaden	49
	Byggnadens förlustfaktor	49
	Grattisvärmertilskott	50
	Grattisvärmertilskott för nettovärmebehov	50
	Modellparametrar	51
	Nettovärmebehov	52
	Total årsenergianvändning enligt BBR	52
	Jämförelse med exakt beräkning	52
	Sned fördelning	54
	Spridningsanalys med förenklad modell	57
10	Minimal direktmetod – sammanfattning	61
	Uppsummering	61
	Fortsatt forskning	62
	Appendix A Kontroll med analytisk derivata	63

1 Inledning och kort projektbeskrivning

Bakgrund

Bakgrund till detta forskningsprojekt är att det finns stora skillnader mellan beräknat energibehov och uppmätt energibehov. Några exempel är husen på Bo01 och även radhusen i Lindås. Energianvändningar beräknas utan att beakta osäkerhet hos indata.

En norsk avhandling av Trine Dyrstad Petersen visar att av den totala energianvändning i ett bostadshus beror 70 % av osäkerheten de boendes vanor, 20-25 % av osäkerhet själva byggnaden och 5-10 % av osäkerheten uteklimatet.

Det kommer krav från EU-direktiv om att alla byggnader skall energideklarerars. Detta ger möjligheter att kunna genomföra ett stort antal kontroller av befintliga beräkningsmetoden särskilt enklare beräkningsmetoder. Detta gäller även nya energihushållningsregler från Boverket med krav på verifiering inom två år.

Syfte

Ett kortsiktigt mål är att öka tillförlitligheten hos energiberäkningar genom att beakta osäkerheten och ta fram säkerhetsfaktorer. Resultat är att få bättre och säkrare prognoser med kända marginaler och sannolikhet. Ett långsiktigt mål är att öka tilltron till energiberäkningar.

Planerat genomförande

Fas 1 omfattar att undersöka liknade metoder från andra ämnesområden, insamling av data för bestämning av variablers spridning, urvalskriterier för val av energiberäkningsmetod och gruppering i osäkerhetskategorier.

Fas 2 omfattar att utveckla individuella säkerhetsfaktorer för olika indata, men helst generella för både nybyggnad och ombyggnad och att sprida av resultatet

En alternativ lösning

En svaghet med att ta fram olika säkerhetsfaktorer för energianvändningen i en byggnad är att säkerhetsfaktorerna kommer att vara olika för olika byggnader, olika för olika brukare, olika för olika klimat och olika för olika datorprogram. De antagna osäkerheterna kommer att vara helt bestämmande. Det är inte heller självklart hur säkerhetsfaktorerna skall ansättas på primära variabler som innetemperatur eller som energipost för tillförd energi, solvärmestillskott eller liknande.

En annan svaghet är att under vissa förutsättningar framräknade säkerhetsfaktorer endast gäller för de givna förutsättningarna. En tredje svaghet är hur metoden skall tillämpas utan allt för stor arbetsinsats. Räcker det med enkla handberäkningar eller krävs det datorberäkningar?

En alternativ lösning är en metod som utgår för vad som gäller för enbart den aktuella byggnaden och beräknar energianvändningen för ett stort antal slumpmässiga fall med de osäkerheter som antas gälla. Metoden kan benämnas direktmetoden. Tre olika metoder kommer att redovisas.

Resultatet med en förenklad direktmetod redovisas i avsnitt 5. Metoden är enkel genom ett stort antal beräkningar genomförs med en enkel efterföljande framsortering eller skattning av den sökta kvantilgränsen.

Den andra metoden, benämnd fullständig direktmetod, redovisas i avsnitt 6 bygger på teorin kring stickprov, vilket minskar antalet beräkningar och kräver en utökad beräkning av den sökta kvantilgränsen.

Den tredje metoden, benämnd den minimala direktmetoden, redovisas i avsnitt 7, 8 och 9 bygger på att beräkna känslighetsderivator för varje osäker variabel och med dessa derivator skatta den totala spridningen för energianvändningen. Metoden kräver endast en beräkning för varje osäker variabel utöver en beräkning som avser endast medelvärden, vilket visas i avsnitt 7. Några allmänna synpunkter på den minimala direktmetoden ges i avsnitt 8. Ett tillämpningsexempel med en energiberäkning som bygger på beräkning med gradtimmar redovisas i avsnitt 9. Tre snarlika minimala modeller, som kräver ett fåtal beräkningar, testas mot beräkning av 100, 1000, 10000 och 100000 slumpmässiga fall.

Avslutningsvis görs en uppsummering av den minimala direktmetoden och vad som återstår att göra i avsnitt 10.

Disposition och avgränsning

Denna rapport disposition och ordningsföljd sammanfaller med projektarbetets kronologi. Olika frågeställningar behandlas i avsnitt 2. En enkel analys av inverkan av beroende variabler redovisas i avsnitt 3. Hur mycket beroende mellan olika variabler påverkar medelvärdet och standardavvikelsen för energianvändningen undersöks med några extremfall i avsnitt 4.

De resterande avsnitten 5-10 behandlar som redan ovan beskrivits direktmetoden fram till den minimala direktmetoden.

Denna rapport behandlar endast direktmetoden, medan partialkoefficientmetoden redovisas i en separat rapport.

2 Frågeställningar

Vilka energibehov skall undersökas?

Boverkets krav avser köpt energi för uppvärmning, ventilation och varmvatten för normalt bruk., men inte hushållsenergi. Vad är normalt bruk? Skall medelvärden användas för allt som kan relateras boendes vanor?

Den totala köpta energin är summan av Boverkets kravvärde och hushållsenergin. Detta innebär att en stor del av hushållsenergin kommer att bli ett tillskott som minskar behovet av köpt energi för uppvärmning, ventilation och varmvatten. Hushållsenergiposten ingår inte i Boverkets krav, medan varmvattenenergiposten gör det. Båda är brukarberoende.

Vad innebär energikravet kWh/m² egentligen?

Det är ganska naturligt att tänka på en lägenhet eller ett hushåll, men det finns parhus, radhus och flerbostadshus alla med fler lägenheter än en. En stor osäkerhetsfaktor är hushållens vanor.

Om normalt bruk innebär att medelvärden skall användas utan någon osäkerhet är detta inget problem och ingen skillnad för en byggnad med en eller flera lägenheter eller hushåll.

Om normalt bruk innebär att hänsyn skall tas till osäkerheten kring de boendes vanor blir det en stor skillnad för en byggnad med en bostad och ett hushåll jämfört med en byggnad med flera bostäder och hushåll. Det kan bli en stor skillnad mellan att ange krav för en radhusenhet eller ett helt radhus. Ett annat möjligt exempel är ett grupphusområde med ett antal helt identiska småhus.

Spridningen för flera icke korrelerade hushåll är inte lika med summan av spridningen för samtliga hushåll. Om antalet hushåll är n blir spridningen $n^{0.5}$ gånger spridningen för ett hushåll.

Detta innebär att spridningen per hushåll/bostad minskar med en faktor 4 för ett radhus med 16 hushåll/bostäder och med en faktor 8 för ett flerbostadshus med 64 identiska lägenheter.

Slutsatsen av detta är att säkerhetsmarginalen för Boverkets krav blir olika för en enda bostad jämfört med ett fall där flera bostäder kan behandlas gemensamt och under förutsättning att normalt bruk inte avser medelvärden utan normal spridning ingår. Detta synsätt är också rimligt, eftersom annars kommer ett flerbostadshus med ett stort antal lägenheter att dimensioneras efter en enda lägenhets osäkerhet.

Vad är ett gångbart energikrav?

Om normalt bruk innebär att spridning skall beaktas blir energikravet beroende av antalet lägenheter som avses. Är detta ett gångbart energikrav?

En lösning är att energikravet tillåter en spridning som är en funktion av antalet lägenheter som kravet avser.

En annan lösning och kanske bättre lösning är att energikravet räknas om till en given referensstorlek eller ett givet referensantal. Detta innebär att ett flerbostadshus med räknas om till en storlek med ett givet antal lägenheter/hushåll. Ett småhus bedöms därför inte enskilt utan som en grupp identiska småhus med samma antal som gäller för referensfallet.

En tredje lösning är att kräva att beräkning av energikravet skall ske för enskilda lägenheter. Detta innebär att referensstorleken ovan har satts till en lägenhet och ett hushåll.

Vilka typer av byggnader skall undersökas?

Boverkets krav på energianvändning gäller för bostäder och lokaler. Några typfall för småhus, radhus, flerbostadshus, skolor och kontor skall undersökas.

Vilka nya byggnader skall metoden testas ut på?

Det finns ett stort antal tillgängliga genomtätta bostadshus av olika slag. Några exempel är flerbostadshus på Bo01 i Malmö, radhusen i Lindås och två radhus i Järinge, Stockholm. Det går också att från hustillverkare få tillgång till ett större antal styckebyggda hus. Vad som saknas är nog förskolor, skolor och kontor.

Vilka beräkningsmetoder skall användas?

Både enkla och omfattande datorprogram skall kunna användas. Några exempel är gradtimmebaserad beräkning, Enorm, BV₂, VIP+ och IDA. Trähusproducenterna har låtit SP ta fram ett gradtimmeliknande metod med 4-timmars värden för ett år.

Någon form av validering av energiberäkningen bör ske för några få enkla lådfall. Beräkning av inneklimate är inte den primära uppgiften.

Vilka indata till beräkning?

En förutsättning är årsberäkning med timvärden.

Innetemperatur kan vara en konstant i det enklaste fallet, vara till en mindre del utetemperaturberoende, eller vara en tidsberoende funktion för veckans alla timmar.

Klimatdata i form av utetemperatur, solinstrålning och vind behövs. Ett problem är att det finns endast klimatdata för ett fåtal platser i Sverige. Det krävs någon form av interpolation mellan befintliga stationers klimatdata för att bestämma klimatdata för en given plats.

Klimatskalet beskrivs med sina ytor och dess egenskaper och köldbryggor. Lufttätheten är en av klimatskalets egenskaper och tillsammans med temperaturskillnader mellan inne och ute, vindpåverkan och ventilationssystemets obalans påverkas luftläckagets storlek.

Fönstrets egna egenskaper är självklara, men markiser, persienner, skuggningen på grund av den egna byggnaden och avskärmning på grund av andra kringliggande byggnader kan reducera solvärmeutnyttjandet betydligt.

Uppvärmningssystem behandlas ofta förenklat i energiberäkningar utan någon inverkan från reglersystem, det finns dock schablonsiffror för olika förluster för installationer och för olika förluster för regelsätt. Detta blir till säkerhetsfaktorer för att skapa en viss marginal.

Själva värmeproduktion eller värmeförsörjningen kan vara enkel för fallet med fjärrvärme. En egen värmepump kräver en bra beskrivning av värmefaktorn som funktion av olika driftsförhållanden.

Mekaniska ventilationssystem antas i regel ha konstanta luftflöden, men utetemperaturen kan påverka både F-system och FT-system genom främst termiska stigitkrafter i högre byggnader och olika temperatur för luftflödena som passerar genom fläktarna. Flödesminskning i ventilationssystem kan också ske genom igensättning av filter.

FT-ventilationssystem har en temperatur- och flödesberoende återvinningsgrad. Ett problem är igenfrysning vid låga utetemperaturer.

Vädring förekommer och är främst utemperaturberoende.

Köksventilation i bostäder kan ske med separata köksfläktar. Det gäller att beskriva drifttider och flöden och hur detta påverkar den övriga ventilationen, exfiltrationen och infiltrationen. Köksventilationen kan ingå som en del in den normala bostadsventilationen med enbart en spiskåpa.

Fastighetselbehov måste beskrivas över året och hur stor del som kan utnyttjas för uppvärmning. Samma sak gäller för hushållselbehovet.

Varmvattenbehovet måste även det beskrivas över året och det kan knappast tillgodoräknas för uppvärmning bortsett från direkta förluster från varmvattenberedare.

Hur skall individuell debitering behandlas?

Friliggande småhus har individuell debitering av värme och vatten, med flerbostadshus har genomgående kollektiv av värme och vatten. Detta medför att innetemperaturen och varmvattenförbrukning är klart lägre i småhus än i flerbostadshus. Många ny flerbostadshus förses med individuell debitering.

Hur skall metoden valideras?

Några typiska byggnadsfall från nyproduktion såsom friliggande småhus, radhus, flerbostadshus, skolor och kontor bör väljas. De valda testfallen bör vara representativa för sin byggnadsgrupp.

Ett antal fall från varje byggnadstypfall genomräknas med den framtagna metoden och jämförs med uppmätta data.

Beräkning kan ske med ett flertal beräkningsprogram.

3 Principexempel med inverkan av samvariation

Många av de ingående variablerna i energibalansen har en viss osäkerhet. Detta kan bestämmas ganska väl med ett antagande om en viss sannolikhetsfunktion med ett givet medelvärde och en given standardavvikelse. Detta är dock inte en tillräcklig beskrivning med varje variabel för sig utan även samvariation med andra variabler kan ha stor betydelse för resultatet.

Avsikten med detta avsnitt är att med tre enkla exempel visa på hur korrelationen mellan två variabler påverkar resultatet för en summa, en produkt och en kvot. De två variablerna betecknas x och y med medelvärden m_x och m_y och med standardavvikelse s_x och s_y .

Skillnaden mellan två variabler behandlas inte, eftersom det är samma sak som en summa där den ena variabeln är negativ.

Korrelationsfaktorn anges med parametern r och den kan påverka både medelvärde och standardavvikelse för resultatet. Om variablerna x och y är helt korrelerade i medfas är $r = 1$ och i motfas är $r = -1$.

En energiberäkning är en summa ett flertal energiposter, där varje energipost kan vara en produkt mellan två eller flera variabler eller en kvot mellan två eller flera variabler. Det kan därför vara av intresse att förstå hur resultatet av en summa, en produkt eller en kvot mellan två variabler beror på korrelationen, som här beskrivs med parametern r .

Resultat summa

Medelvärde och standardavvikelse kan för summan $x+y$ skrivas som:

$$m_s = m_x + m_y \quad (3.1)$$

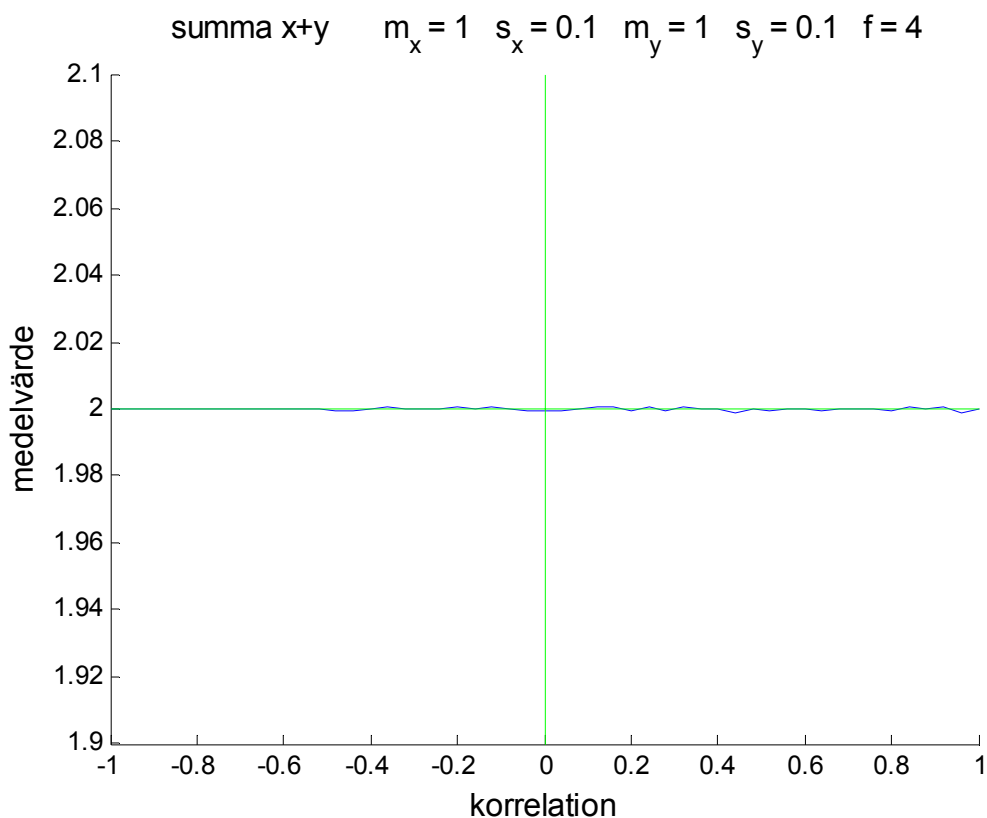
$$s_s = (s_x^2 + 2r s_x s_y + s_y^2)^{0.5} \quad (3.2)$$

Uttrycken (3.1-2) visar att medelvärdet är oberoende av korrelationen r , men att standardavvikelsen påverkas betydligt. Standardavvikelsen för sårfalet med samma standardavvikelse $s = s_x = s_y$ kan skrivas som:

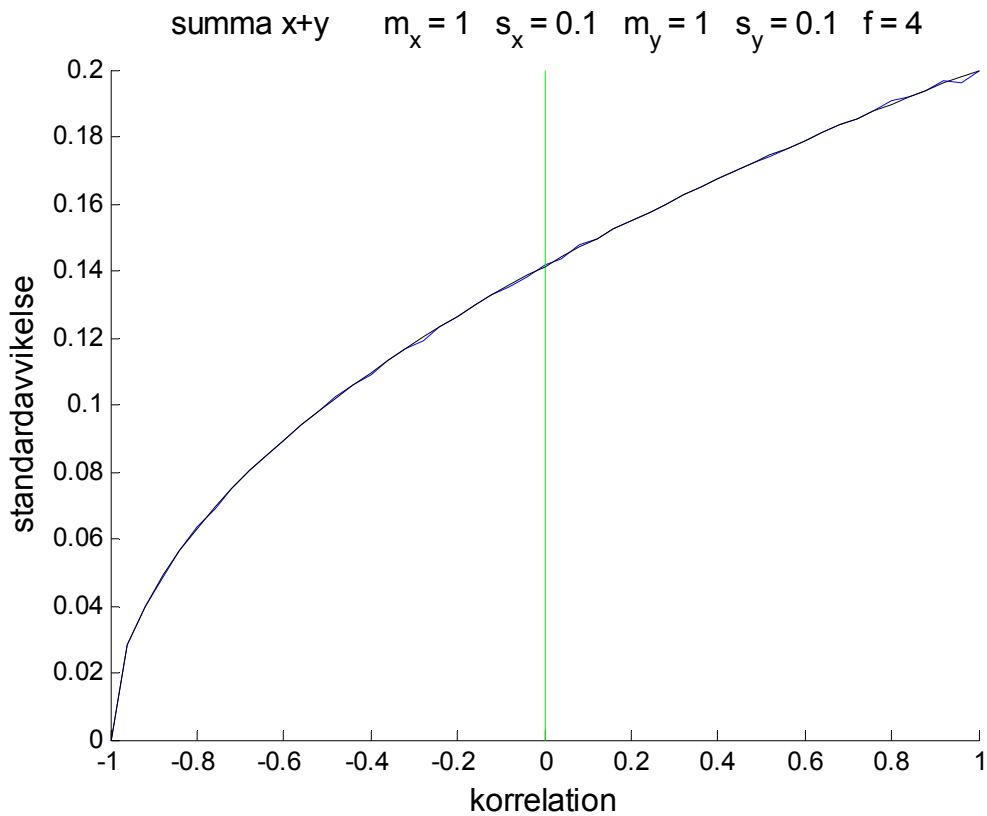
$$s_s = 2^{0.5} (1 + 2r)^{0.5} s \quad (3.2=)$$

För ett fall med två variabler x och y med samma standardavvikelse s fås standardavvikelsen $2^{0.5}s$, $2s$ och 0 för korrelationen 0 , 1 respektive -1 .

Både medelvärde och standardavvikelse redovisas i Figur (3.1-2) som funktion av korrelationen r beräknat enligt (3.1-2) och för simulerade normalfördelade variabler.



Figur 3.1 Medelvärde för summa $x+y$ som funktion av korrelationen r .



Figur 3.2 Standardavvikelse för summa $x+y$ som funktion av korrelationen r .

Resultat produkt

Medelvärde och standardavvikelse kan för produkten xy skrivas som:

$$m_p = m_x m_y + r s_x s_y \quad (3.3)$$

$$s_s = m_x m_y [(s_x/m_x)^2 + 2 r (s_x/m_x)(s_y/m_y) + (s_y/m_y)^2]^{0.5} \quad (3.4)$$

Uttrycken (3.3-4) visar att både medelvärdet och standardavvikelsen är beroende av korrelationen r . Sambandet för medelvärdet (3.3) visar att korrelationen r påverkar produkten linjärt, medan standardavvikelsen påverkas som kvadratroten för en linjär funktion.

Både medelvärde och standardavvikelse redovisas i Figur (3.3-4) som funktion av korrelationen r beräknat enligt (3.3-4) och för simulerade normalfördelade variabler.

Båda variablerna, x och y , har samma medelvärde $m=1$ och standardavvikelse $s=0.1$. Produktens medelvärde varierar från 0.99 till 1.01 från korrelationen -1 till korrelationen 1. Det framgår också att medelvärdet är det förväntade när korrelationen är noll.

Standardavvikelsen kan för två lika fördelade variabler variera från noll till fördubblad spridning från korrelationen -1 till korrelationen 1.

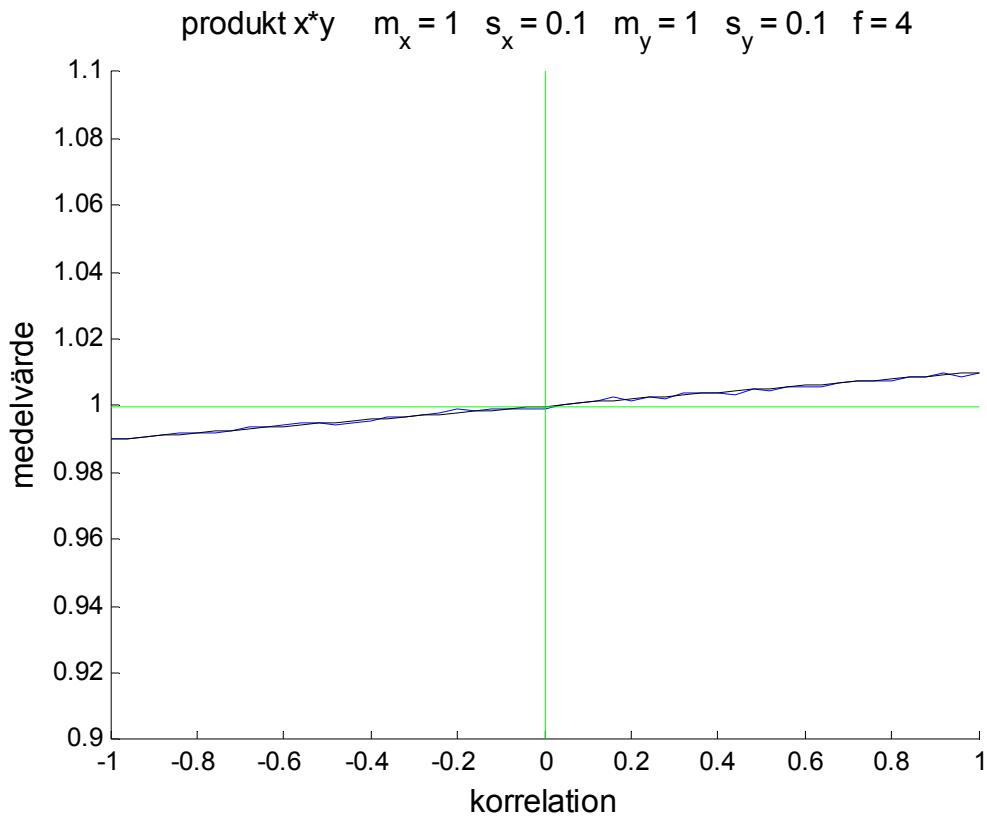
Det framgår av (3.3) att medelvärdet för produkten inte behöver vara lika med det förväntade om korrelationen r är skild från noll. Avvikelsen kan dock vara försumbar om spridningen relativt medelvärdena är liten. Den relativa avvikelsen kan skrivas som $r s_x s_y / m_x m_y$ och om kvoten mellan standardavvikelse och medelvärde är t blir den relativa avvikelsen $r t^2$.

För ett fall med samma medelvärde m och samma standardavvikelse s kan uttrycken (3.3-4) förenklas och skrivas som:

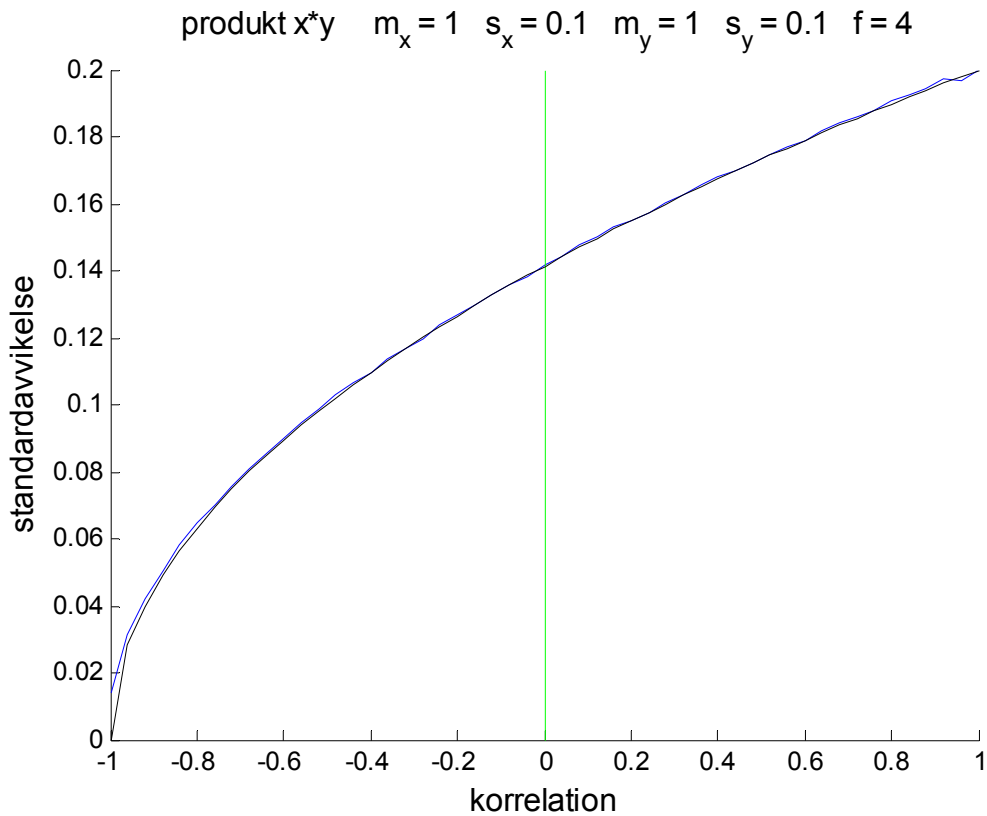
$$m_p = m^2 + r s^2 \quad (3.3_{=})$$

$$s_s = m s [2 + 2 r]^{0.5} \quad (3.4_{=})$$

Uttrycket för medelvärde och standardavvikelse visar att om standardavvikelsen s är betydligt mindre än medelvärdet m har korrelationen r marginell betydelse för medelvärdet.



Figur 3.3 Medelvärde för produkten xy som funktion av korrelationen r .



Figur 3.4 Standardavvikelse för produkten xy som funktion av korrelationen r .

Resultat kvot

Medelvärde och standardavvikelse kan för kvoten x/y skrivas som följer med två hjälputtryck a_k och b_k enligt nedan, där högre ordningens termer har försumrats.

$$m_k = (m_x/m_y) a_k \quad (3.5)$$

$$a_k = 1 - r (s_x/m_x)(s_y/m_y) + (s_y/m_y)^2 \quad (3.6)$$

$$s_k = (m_x/m_y) [b_k - a_k^2]^{0.5} \quad (3.7)$$

$$b_k = 1 + (s_x/m_x)^2 - 4 r (s_x/m_x)(s_y/m_y) + 3 (s_y/m_y)^2 \quad (3.8)$$

Uttrycken (3.5-8) visar att både medelvärdet och standardavvikelsen är beroende av korrelationen r . Det framgår av (3.5-6) att kvoten för helt okorrelerade variabler inte är lika med kvoten för medelvärden, vilket kan jämföras med resultatet för produkten, vars medelvärde är lika med produkten mellan två okorrelerade variabler.

För ett fall med samma medelvärde m och samma standardavvikelse s kan uttrycken (3.5-8) förenklas och skrivas som:

$$m_k = a_k \quad (3.5)=$$

$$a_k = 1 + (1 - r)(s/m)^2 \quad (3.6)=$$

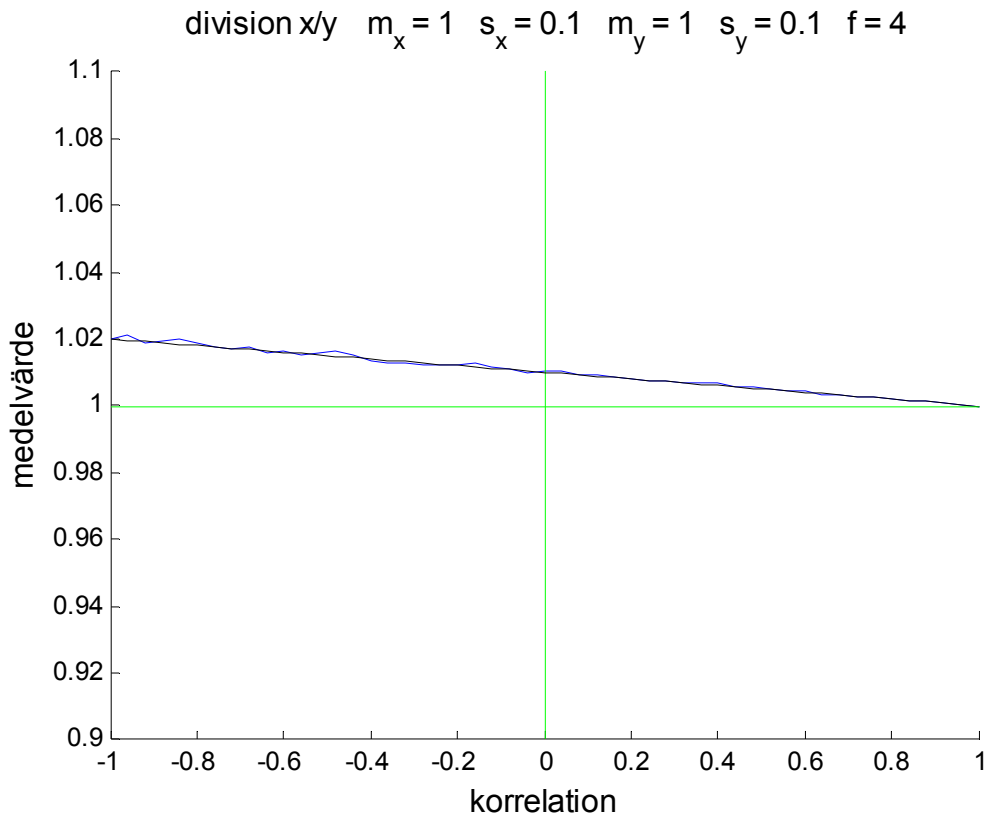
$$s_k = [b_k - a_k^2]^{0.5} \quad (3.7)=$$

$$b_k = 1 + (4 - 4 r)(s/m)^2 \quad (3.8)=$$

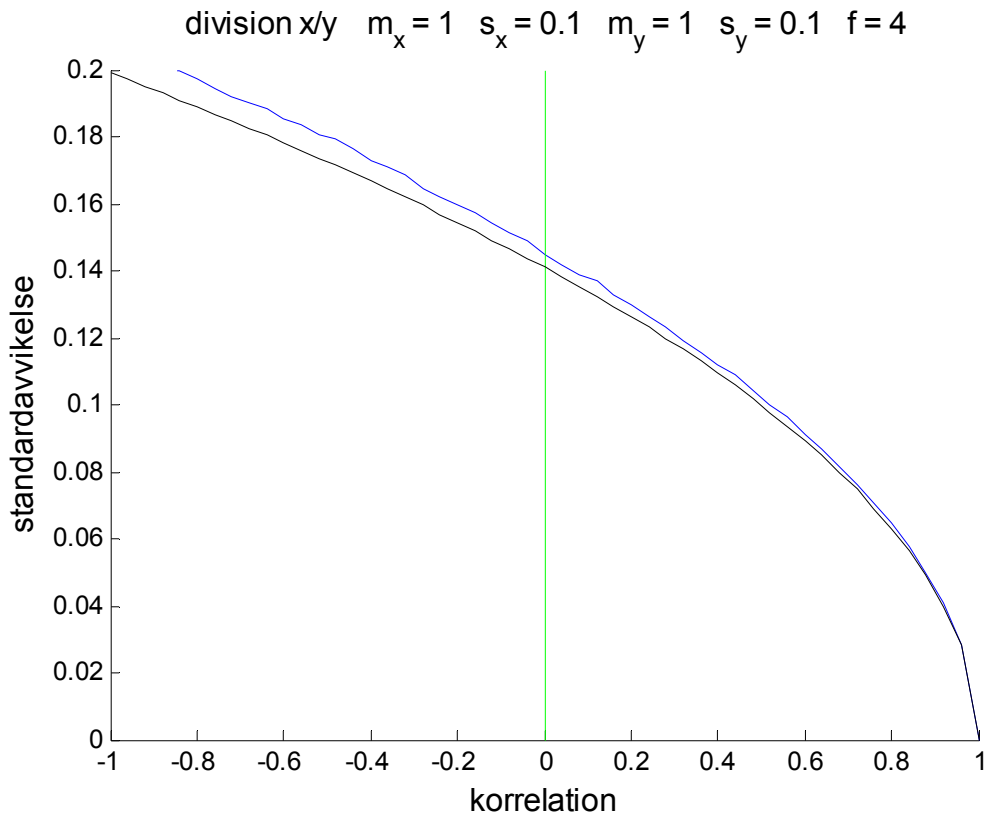
För ett fall med två variabler x och y med samma medelvärde $m=1$ och standardavvikelse $s=0.1$ fås medelvärdet 1.01, 1.0 och 1.02 och standardavvikelsen 0.14, 0.2 och 0 för korrelationen 0, 1 respektive -1.

Både medelvärde och standardavvikelse redovisas i Figur (3.5-6) som funktion av korrelationen r beräknat enligt (3.5-8) och för simulerade normalfördelade variabler.

Avvikelsen mellan beräknad och simulerad standardavvikelse beror på att högre ordningstermer har försumrats när kvoten har ändrats till en produkt. Principen är ett en nämnare $1+a$ kan slopas och ersättas med en faktor i täljaren lika med en motsvarande geometrisk serie $1-a+a^2-a^3+ \dots$ under förutsättning att $-1 < a < 1$.



Figur 3.5 Medelvärde för kvoten x/y som funktion av korrelationen r .



Figur 3.6 Standardavvikelse för kvoten x/y som funktion av korrelationen r .

Sammanfattning

Denna enkla analys visar att korrelation mellan olika slumpmässiga variabler inte kan försummas, eftersom det påverkar beräkningsresultatets medelvärde och standardavvikelse, vilket framgår av de skattade beräkningsuttrycken.

För det använda typfallet med två lika variabler x och y med medelvärde $m = 1$ och standardavvikelse $s = 0.1$ kan resultatet sammanställas enligt nedan för olika korrelation r :

Tabell 3.1 Medelvärde och standardavvikelse för $m = 1$ och $s = 0.1$ och olika korrelationsfall

operation	$m_{(-1)}$	$m_{(0)}$	$m_{(1)}$	$S_{(-1)}$	$S_{(0)}$	$S_{(1)}$
summa	2.00	2.00	2.00	0.00	0.14	0.20
produkt	0.99	1.00	1.01	0.00	0.14	0.20
kvot	1.02	1.01	1.00	0.20	0.14	0.00

Om standardavvikelse s fördubblas till 0.2 kan resultatet sammanställas enligt nedan för olika korrelation r :

Tabell 3.2 Medelvärde och standardavvikelse för $m = 1$ och $s = 0.2$ och olika korrelationsfall

operation	$m_{(-1)}$	$m_{(0)}$	$m_{(1)}$	$S_{(-1)}$	$S_{(0)}$	$S_{(1)}$
summa	2.00	2.00	2.00	0.00	0.28	0.40
produkt	0.96	1.00	1.04	0.00	0.28	0.40
kvot	1.08	1.04	1.00	0.39	0.27	0.00

Inverkan av korrelationen r skall bedömas utgående för fallet utan någon korrelation, vilket gör att korrelationens inverkan förenklat halveras.

En slutsats från Tabell 3.1 och 3.2 är att om standardavvikelsen är liten i förhållande till medelvärdet har korrelationen mindre betydelse för resultatet.

Normalfördelade variabler har använts med borttagning av utfall fyra standardavvikelser över eller under medelvärdet. Detta har gjorts för att undvika division med noll eller negativa variabler.

4 Tillämpningsexempel med inverkan av samvariation

Denna studie är en mindre vidareutveckling av ett examensarbete av Åsa Lindell för att undersöka inverkan av kovarians. Beräkningarna avser Skanskas ”Moderna hus” med åtta våningsplan och fyra lägenheter per plan. Den totala omslutande ytan är 2185 m² och bruksarean är 2476 m². En frånluftsvärmepump med eleffekten 8 kW bidrar under 243 dygn till uppvärmningen. Medelvärde och standardavvikelse för de fjorton ingående variablerna redovisas i Tabell 4.1 nedan. Alla variabler antas vara normalfördelade.

Tabell 4.1 Medelvärde och standardavvikelse för indatavariabler

nummer	variabel	sort	medelvärde	standardavvikelse
1	U-värde	W/Km ²	0.4800	0.0150
2	innetemperatur	°C	22.2000	1.1400
3	ventilation	l/sm ²	0.3350	0.0050
4	läckage	l/sm ²	0.1200	0.0058
5	varmvatten	kWh/m ²	30.0000	2.0000
6	förlust drift	-	0.0750	0.0125
7	fastighetsel	kWh/m ²	16.0000	1.0000
8	hushållsel utnytt.g	-	0.7000	0.0500
9	hushållsel	kWh/m ²	25.0000	2.3000
10	varmvatten utnyttj.g	-	0.1000	0.0170
11	solvärme	kWh/m ²	19.0000	1.0000
12	värmefaktor	-	2.5000	0.1700
13	personvärme	kWh/m ²	8.7600	0.7000
14	utetemperatur	°C	5.0000	0.5000

Beräkningsfall

Åtta olika fall med olika fria variabler och med ingen eller full med- eller motkovarians enligt Tabell 4.2 redovisas med erhållna frekvensfunktioner i Figur 4.1-8 tillsammans med linjer för olika spridning kring medelvärdet och alla axlar är de samma i Figur 4.1-8. Erhållet medelvärde, standardavvikelse och sannolikhet för att kravet 130 kWh/m² inte uppfylls redovisas i Tabell 4.3. De åtta fallen kan beskrivas som följer:

- fall 1 aktuell drift med fix utetemperatur
- fall 2 referensdrift utan brukare med fix utetemperatur
- fall 3 brukardrift med fix byggnad och utetemperatur
- fall 4 aktuell drift med fri utetemperatur
- fall 5 som fall 4 med full medkorrelation 1
- fall 6 som fall 5 med motkorrelation -1 för utetemperatur
- fall 7 som fall 4 med olika med- och motkorrelation
- fall 8 som fall 4 med olika med- och motkorrelation

Tabell 4.2 Simuleringsfall med ingen, med- eller motkovarians

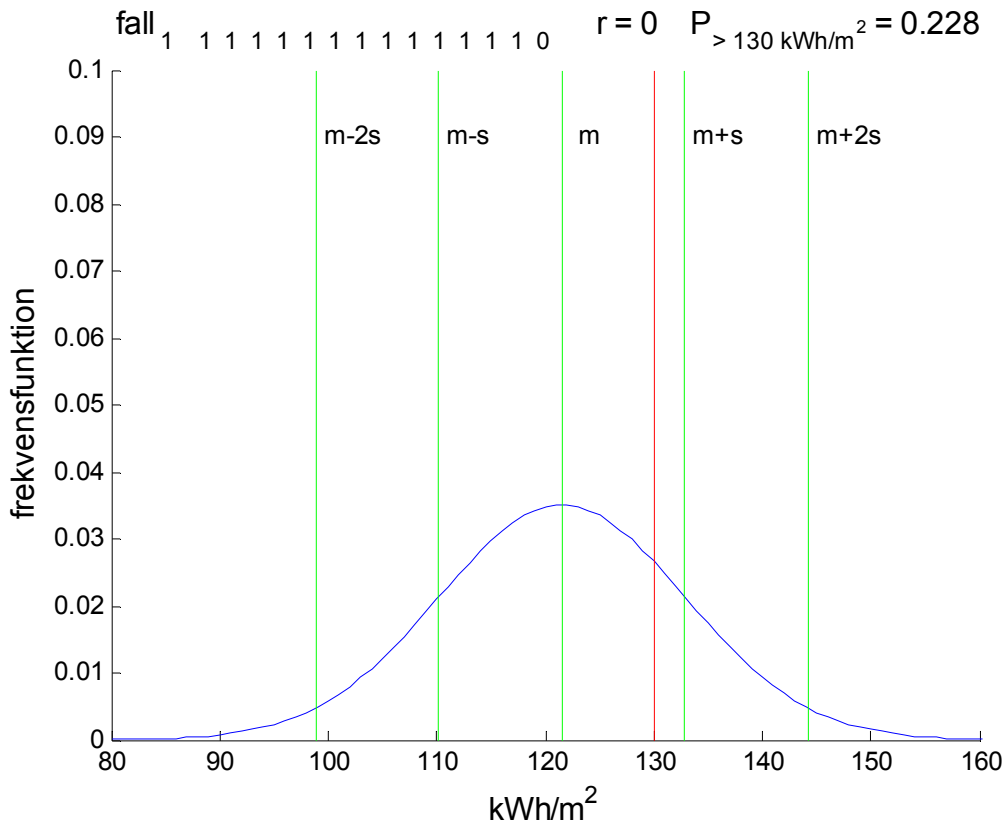
fall	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>r</i>	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1	1
2	1	0	1	1	1	1	1	1
3	1	1	0	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1
5	1	0	1	1	1	1	1	1
6	1	1	0	1	1	1	1	1
7	1	1	0	1	1	1	-1	-1
8	1	1	0	1	1	1	1	1
9	1	0	1	1	1	1	1	1
10	1	1	0	1	1	1	1	1
11	1	1	0	1	1	1	-1	-1
12	1	1	0	1	1	1	-1	-1
13	1	0	1	1	1	1	-1	-1
14	0	0	0	1	1	-1	1	-1

Tabell 4.3 Medelvärde, standardavvikelse och sannolikhet > 130 kWh/m²

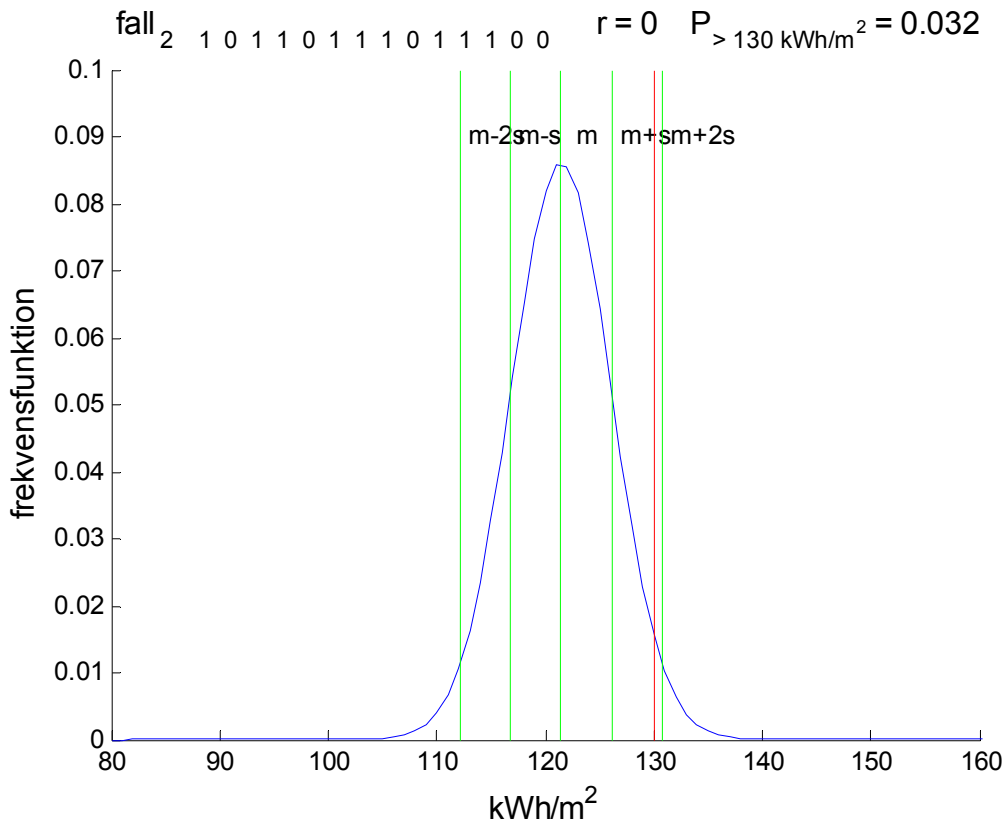
fall	kovarians	medelvärde kWh/m ²	standardavvikelse kWh/m ²	P > 130 kWh/m ²
	-			-
1	0	121.66	11.37	0.23
2	0	121.56	4.64	0.04
3	0	121.49	10.30	0.20
4	0	121.44	12.04	0.24
5	1	121.49	5.18	0.05
6	1	121.80	13.73	0.27
7	1	121.68	12.89	0.26
8	1	121.75	21.78	0.34

Siffrorna ovan visar att medelvärdet påverkas endast obetydligt trots att korrelationen är extrem för ett flertal fall. Brukarna svarar för en stor del av spridningen vilket framgår av standardavvikelsen för fall 1 (byggnad och brukare), 2 (byggnad) och 3 (brukare).

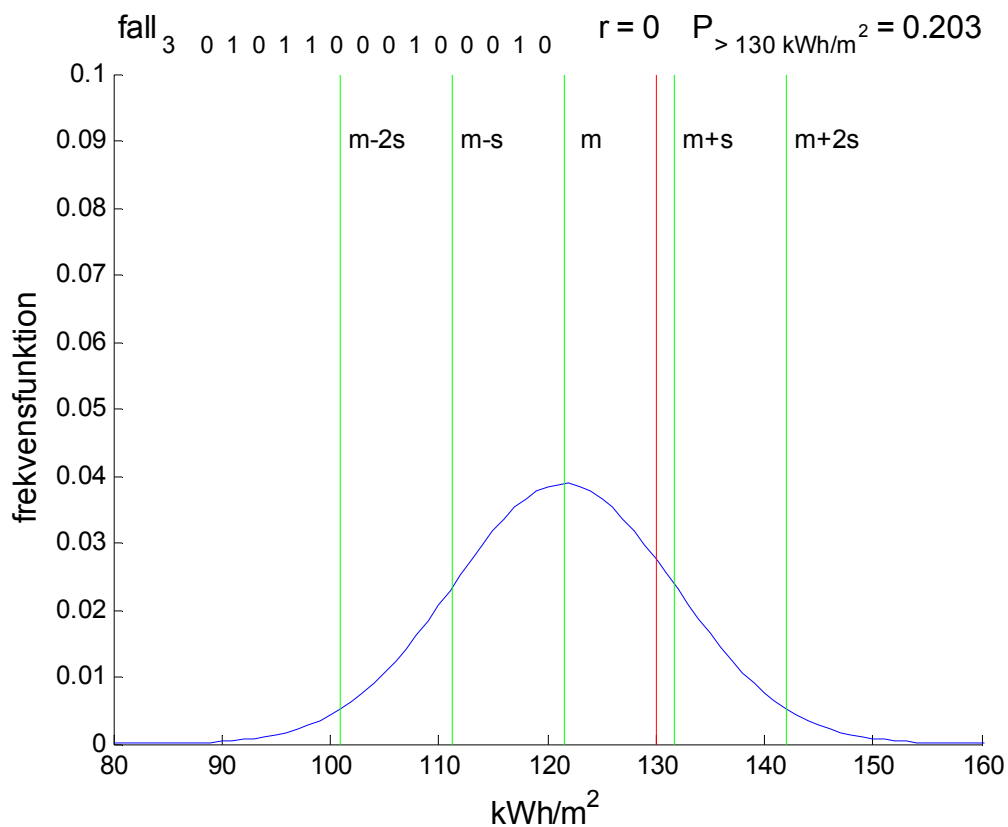
Fall 4 mot fall 5 visar att om alla variabler är positivt korrelerade minskar spridningen betydligt. Fall 5 och 6 visar att om utetemperaturen motkorreleras i stället för medkorreleras ökar spridningen betydligt, vilket är naturligt eftersom skillnaden mellan inne- och utetemperatur bestämmer bruttobehovet. Detta gäller även för fall 7 och 8. Fall 5 och fall 7 visar att spridningen ökar när alla minusposter i energibalansen motkorreleras.



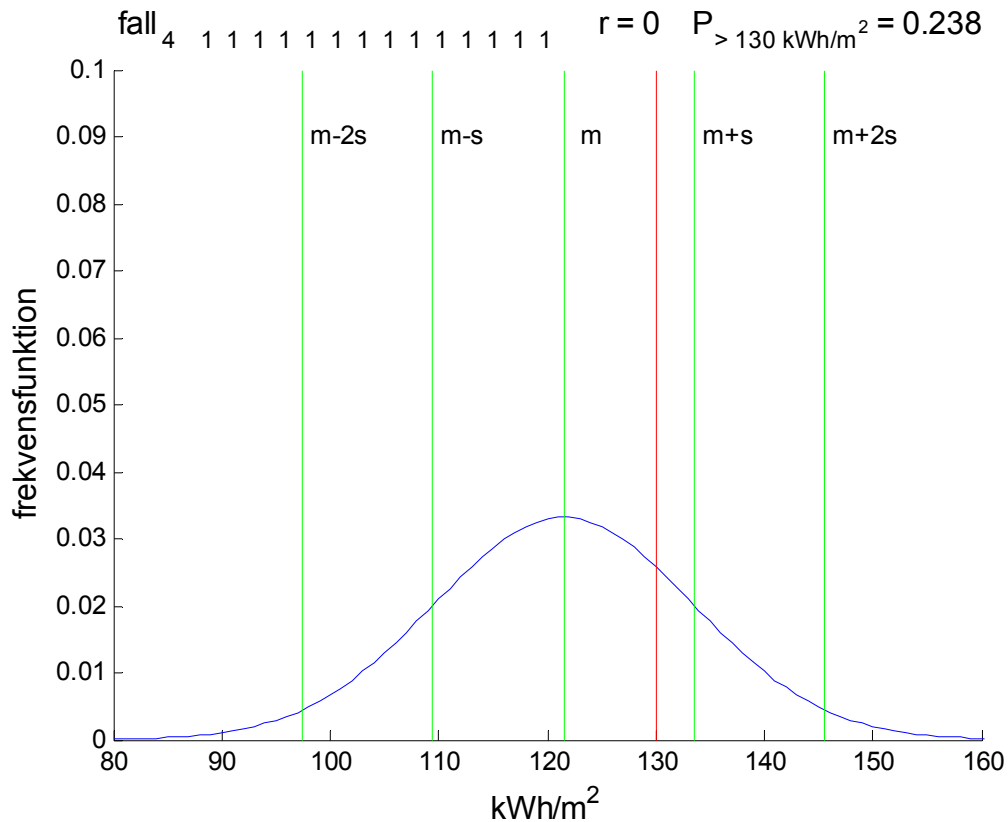
Figur 4.1 Frekvensfunktion för energianvändning kWh/m² för fall 1.



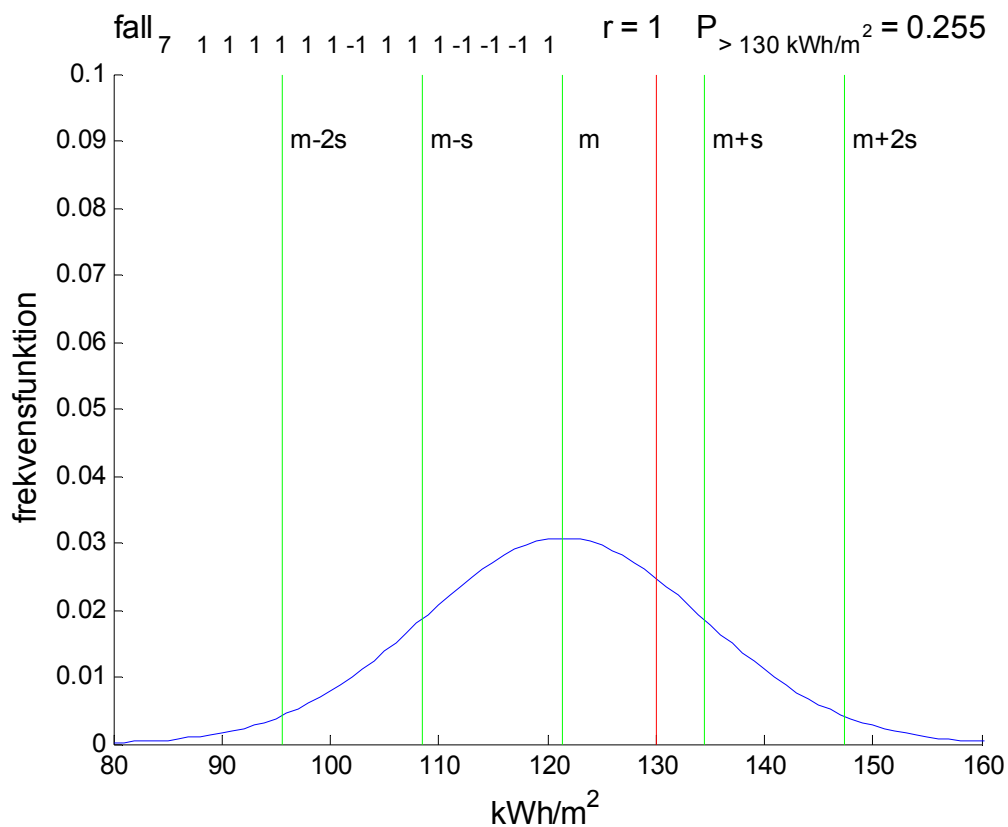
Figur 4.2 Frekvensfunktion för energianvändning kWh/m² för fall 2.



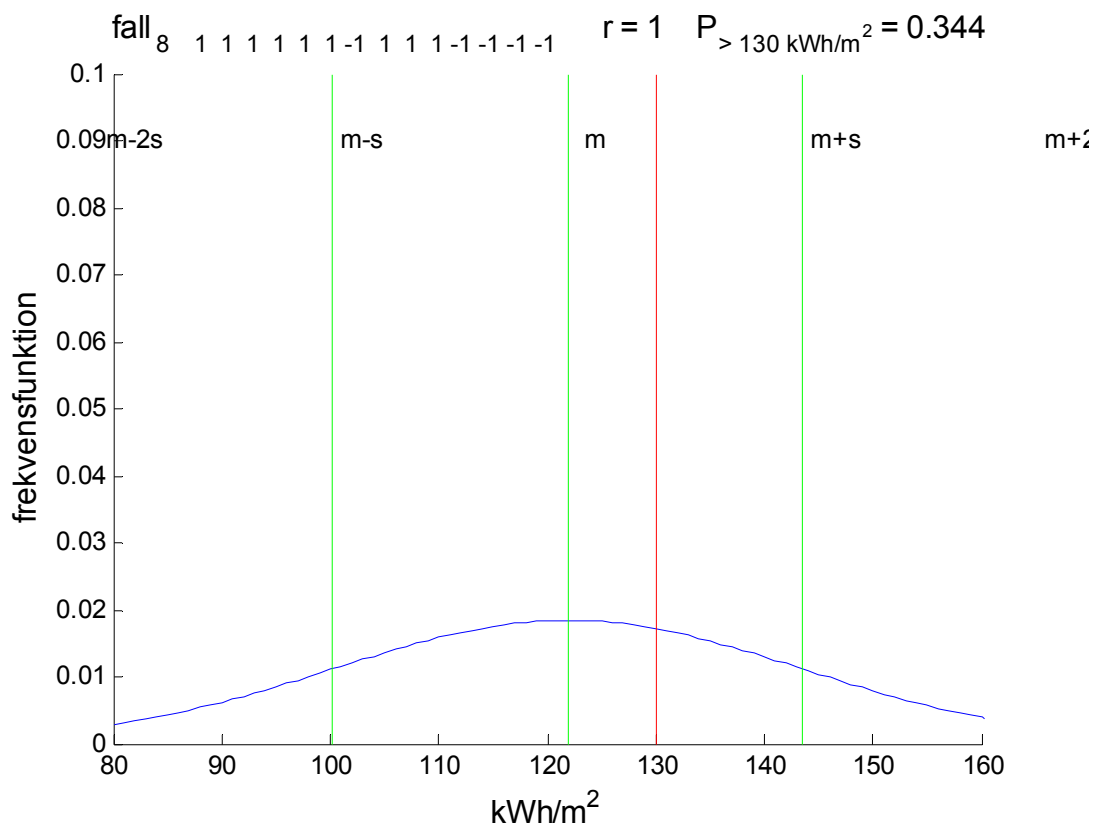
Figur 4.3 Frekvensfunktion för energianvändning kWh/m² för fall 3.



Figur 4.4 Frekvensfunktion för energianvändning kWh/m² för fall 4.



Figur 4.7 Frekvensfunktion för energianvändning kWh/m^2 för fall 7.



Figur 4.8 Frekvensfunktion för energianvändning kWh/m^2 för fall 8.

Resultat

Antag att de åtta beräkningsfall i Tabell 4.3 skall klara gränsen 130 kWh/m² med sannolikheten på 0.9 genom att medelvärdet ändras, men med samma standardavvikelse. Resultatet redovisas i Tabell 4.4. Siffrorna i Tabell 4.4 för det nya medelvärdet visar att säkerhetsmarginalen till gränsen 130 kWh/m² är betydande från nästan 6 kWh/m² till 28 kWh/m². Siffrorna visar också att marginalen är mycket beroende av korrelationen vid parvis jämförelse mellan fall 1-4 mot fall 5-8. Marginalen kan i detta fallet för sannolikheten 0.9 beräknas som en faktor 1.28 multiplicerad med standardavvikelsen.

Tabell 4.4 Standardavvikelse, ändrat medelvärde och marginal till 130 kWh/m²

fall	kovarians	standardavvikelse kWh/m ²	ändrat medelvärde kWh/m ²	marginal kWh/m ²
1	0	11.37	115.43	14.57
2	0	4.64	124.05	5.95
3	0	10.30	116.80	13.20
4	0	12.04	114.57	15.43
5	1	5.18	123.37	6.63
6	1	13.73	112.40	17.60
7	1	12.89	113.48	16.52
8	1	21.78	102.09	27.91

Sammanfattning

Den ena slutsatsen som kan dras för det aktuella tillämpningsfallet är medelvärdet påverkas marginellt, vilket kan förklaras med att energianvändningen beräknas med ett flertal multiplikationer mellan olika ingående variabler. Detta kan påverka medelvärdet något, vilket har visats i avsnitt 3.

Den andra slutsatsen är att korrelationen mellan olika variabler har mycket stor betydelse för spridningen eller den resulterande standardavvikelsen. Spridningen för fall 4-8 blir avrundat till heltal 12, 5, 14, 13 respektive 22 kWh/m².

Fall 4 är helt okorrelerat. Fall 5 är helt korrelerat med korrelationsfaktor 1. Fall 6 är som fall 5, men med innetemperatur och utetemperatur i motfas och inte som för fall 5 i medfas.

Fall 8 har valts på ett sådant sätt att spridningen skall bli största möjliga genom att vissa variabler är i medfas med varandra och övriga variabler är i direkt motfas. Detta ger den största spridningen. Fall 7 skiljer sig från fall 8 genom att utetemperaturen är i medfas med innetemperaturen.

Den redovisade spridningen för fall 4-8 är stor, men det skall påpekas att korrelationen för fall 5-8 har varit den absolut sett varit den största möjliga med fullständig medfas eller motfas.

Det finns en naturlig korrelation mellan innetemperatur och utetemperatur, eftersom att innetemperaturen kan vara lägre under vintertid än under resten av året. Detta kan bero på både brukarnas vanor och reglersystemets inställning.

Den avslutande slutsatsen är att graden av korrelation är i praktiken mindre än i vad som redovisats här och att spridningen trots allt är betydligt än för ett helt okorrelerat fall 4.

5 Förenklad direktmetod

Bakgrund

Många dimensioneringsmetoder bygger på att ett fullständigt beräkningsarbete är allt för omfattande och tidskrävande och därmed för kostsamt.

Datorteknikens utveckling under fyrtio års tid har möjliggjort alltmer omfattande beräkningar.

Dimensionering av olika mekaniska konstruktioner ur hållfasthetssynpunkt med en given säkerhet med partialkoefficienter för olika laster och bärförmåga är ett bra exempel för att kunna göra en enkel robust, säker och praktisk dimensionering.

Många dimensioneringsmetoder har ursprungligen varit handberäkningsmetoder med enkla grundläggande beräkningsuttryck, vilka har förfinats alltmer med datorteknikens utveckling. Beräkning av energibehov för uppvärmning av byggnader har ursprungligen startat med årsmedelvärden, månadsmedelvärden, veckomedelvärden, dygnsmedelvärden för att sluta med timvärden, vilket återigen möjliggjorts av datortekniken.

Energiberäkningsmodellerna för en byggnad har även de förfinats från att ha startat med en enda termisk massa till att beskriva olika byggnadsdelar mer och mer detaljerat och genom att koppla samman flera rum i en byggnad och inte bara räkna på ett enda rum omgivet av identiska rum.

Sammanfattningsvis har energiberäkningar förfinats från årsmedelvärden till timvärden, från ett modelltillstånd upptill ett hundratal modelltillstånd, från ett rum upptill ett hundratal rum i en byggnad. Detta har möjliggjorts av datorteknikens utveckling och en energiberäkning för ett år tar mindre än en sekund på en normal persondator för en enklare modell.

Det som för tjugo års sedan var allt för omfattande beräkningar med en dator kan idag klaras av på rimlig tid. Tillämpat på energiberäkningar för byggnader finns det därför en möjlighet att simulera ett stort antal slumpmässiga beräkningar och med dessa bestämma sannolikheten för att en viss gräns inte överskrids. Kravet kan vara att nio fall av tio skall ligga under den ansatta gränsen.

Syftet med detta avsnitt är att testa direktmetoden genom simulering bestämma gränsen för 0.9-kvantilen. Två metoder kommer att användas.

Den ena gränsen skattas direkt ur utfallet för ett antal beräkningar genom interpolation av 0.9-kvantilen.

Den andra gränsen skattas indirekt genom att först skatta medelvärde och standardavvikelse för utfallet och därefter bestämma 0.9-kvantilen.

En mera teoretisk korrekt metod tas upp i nästa kapitel 6.

Förenklad direktmetod

Syftet är att undersöka hur stor spridningen blir för en given kvantilgräns som funktion av antalet data eller antalet genomförda beräkningar.

Kvantilgränsen för sannolikheten 0.9 har bestämts på två sätt dels genom direkt sortering av en grups data dels genom skattning med medelvärde m och standardavvikelse σ på formen $m+1.2816\sigma$ för 0.9-kvantilen. Om data är normalfördelade kommer osäkerheten för de skattade medelvärden och standardavvikelserna för en given grupp att avta med ökande antal data i gruppen. Om antalet data ökas med en faktor 10 kommer osäkerheten för medelvärde och standardavvikelse att minska med en faktor $10^{0.5}$ eller avrundat 3.16. Detta innebär att det krävs ett stort antal beräkningar för att uppnå en rimligt säkerhet. Den ursprungliga spridning för en beräkning kan minskas med en faktor 10 om antalet data är 100 och med en faktor 100 om antalet data är 10000.

De två metoderna har tillämpats på modellfall 1 från avsnitt 4 med en fix utetemperatur. Den förenklade modellen har simulerats för totalt 100000 fall och de har delas upp i grupper innehållande 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000, 2000, 5000, 10000 och 20000 data. Detta ger i sin tur från 10000 till 5 grupper.

Hur kvantilgränsen varierar med gruppstorlek och vald grupp redovisas för framsorterad gräns och skattad gräns i Figur 5.1-2 för 10 grupper om 10000 data, i Figur 5.3-4 för 100 grupper om 1000 data och i Figur 5.5-6 för 1000 grupper om 100 data. Kurvorna visar att spridningen är stor och att det krävs stora beräkningsgrupper för att en framsorterad eller skattad kvantil-gräns skall vara rimligt säker.

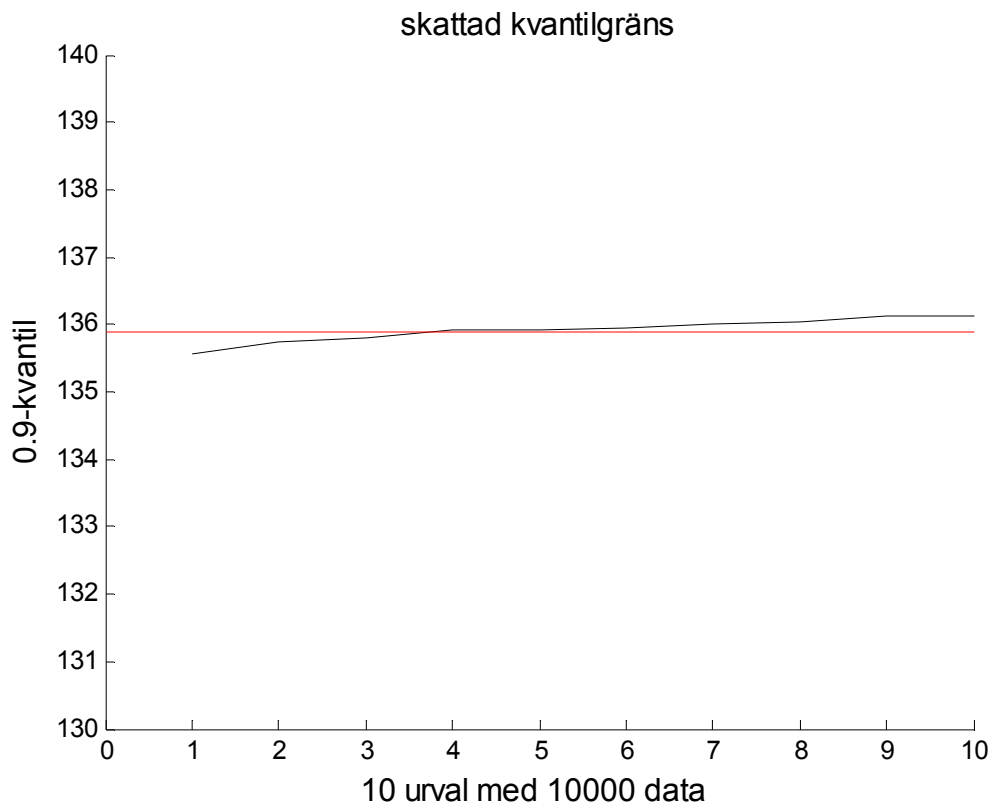
Minsta och största skattad och framsorterad kvantilgräns redovisas också för de elva gruppstorlekarna i Figur 5.7-8. De två extremkurvorna visar att spridningen är stor om antalet data är litet för att skatta eller sortera fram en önskad kvantilgräns.

Sammanfattning

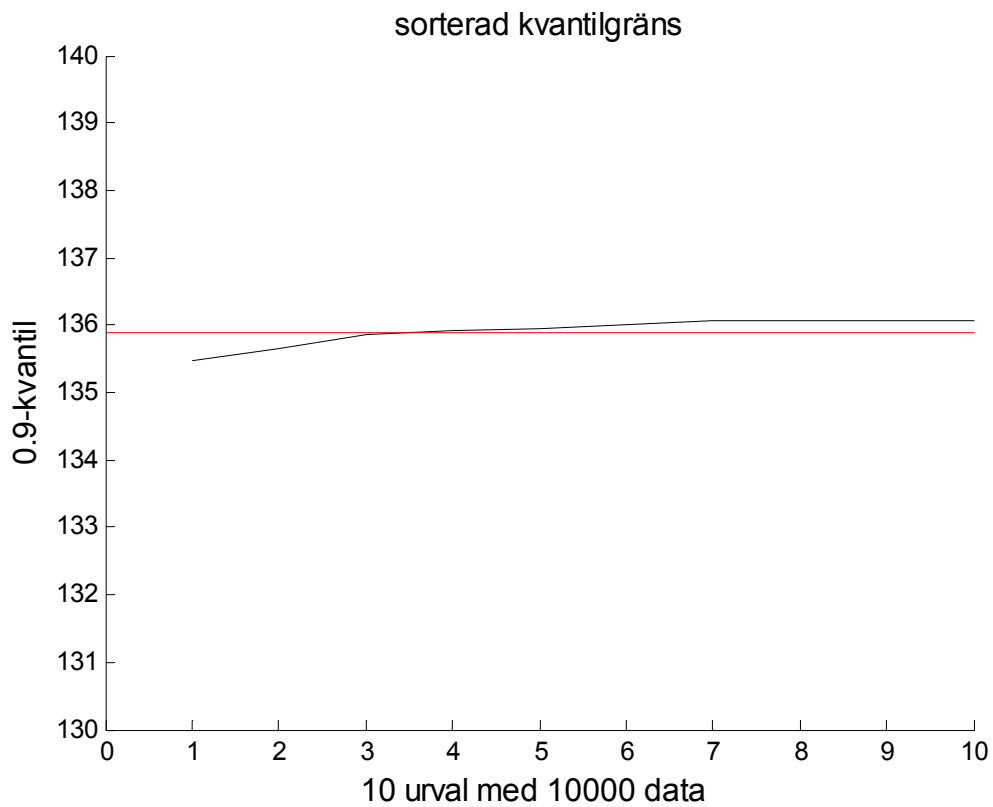
Den förenklade direktmetoden kan tillämpas både med skattning och med sortering. Fördelen med skattning är att den ger ett mått på spridningen, vilket kan vara informativt.

Resultatet för de två metoderna blir likartat, vilket framgår vid parvis jämförelse inom sidan av Figur 5.1-6. Felet i skattningen av kvantilgränsen avtar med ökande antal data och för 100, 1000 och 10000 data blir fel följden 4.5, 1.5 respektive 0.5 (enkel uppskattning ur Figur 5.7 och 5.8). Detta är helt i enlighet med teorin att om antalet data ökar en faktor 10 minskar spridningen en faktor $10^{0.5}$ eller något avrundat 3.

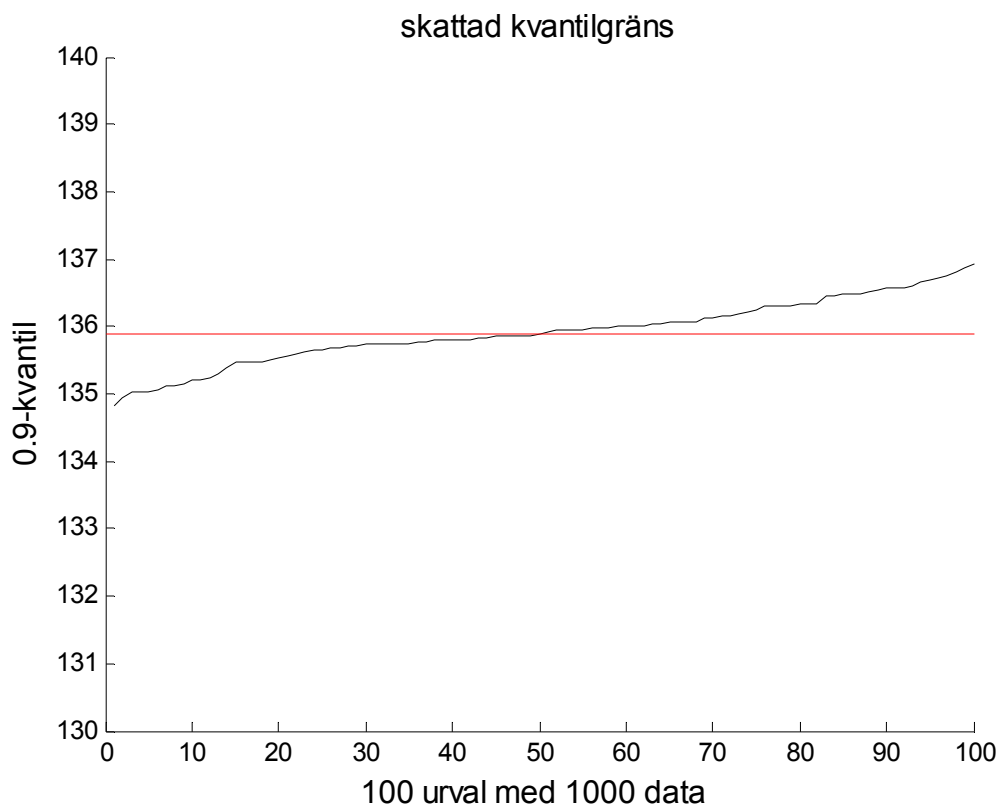
En slutsats för den aktuella modellen är att om kvantilgränsen skall skattas med ett fel mindre än 1 kWh/m^2 då krävs det minst 10000 data.



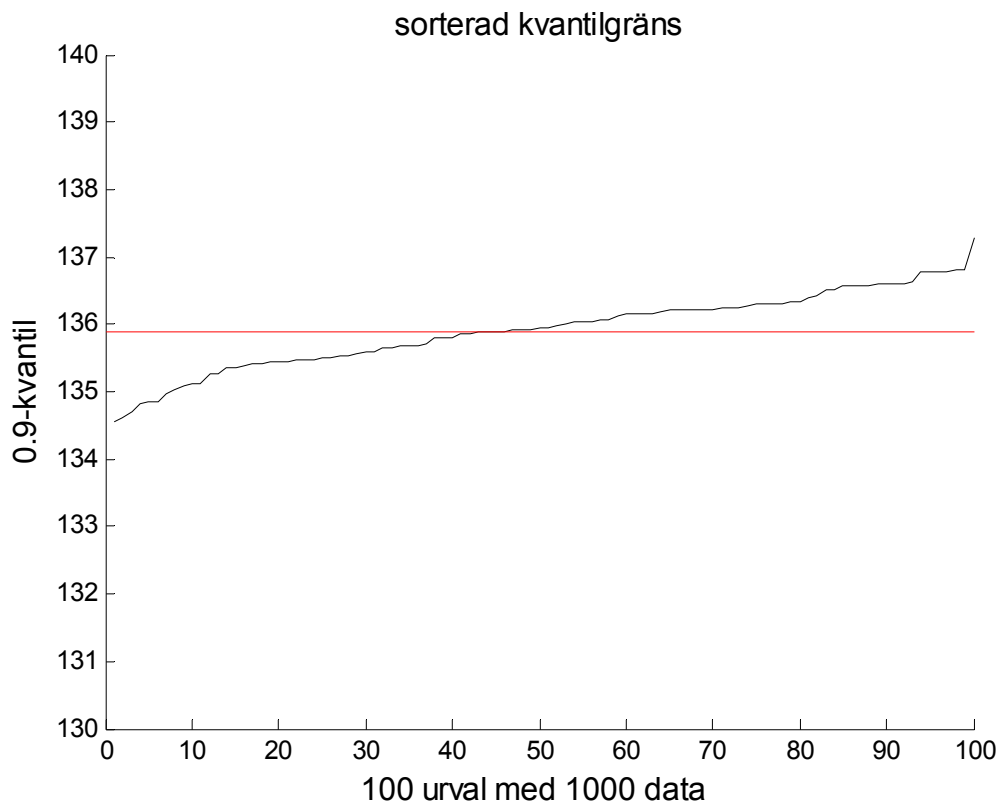
Figur 5.1 Skattad 0.9-kvantilgräns.



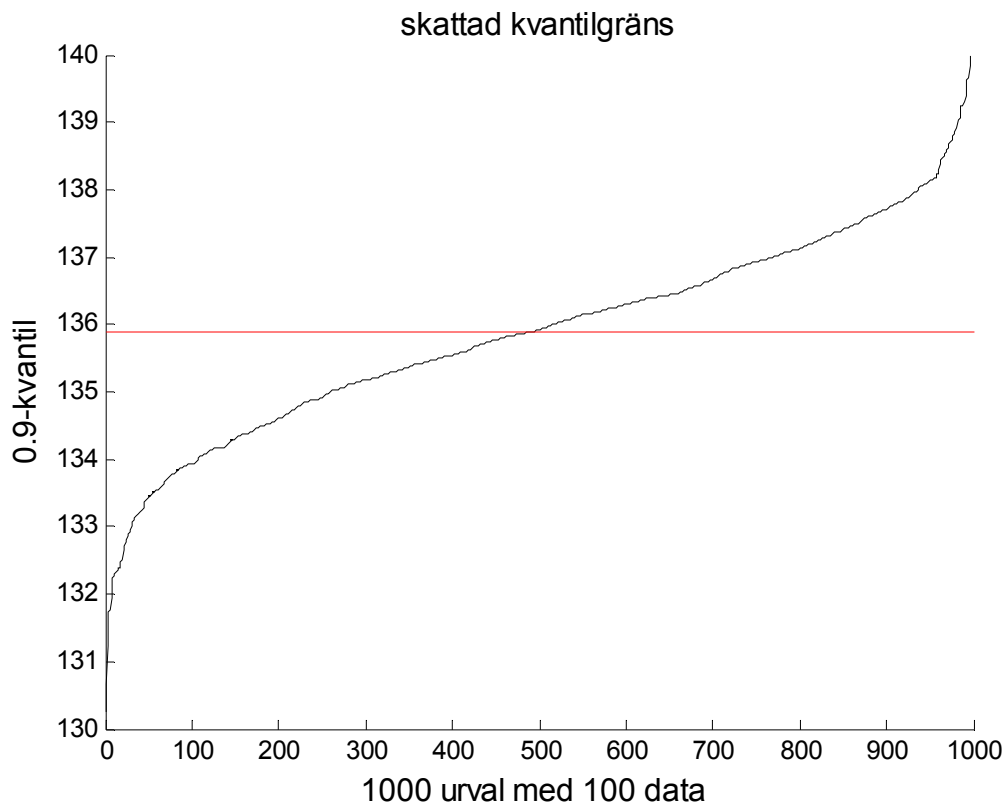
Figur 5.2 Framsorterad 0.9-kvantilgräns.



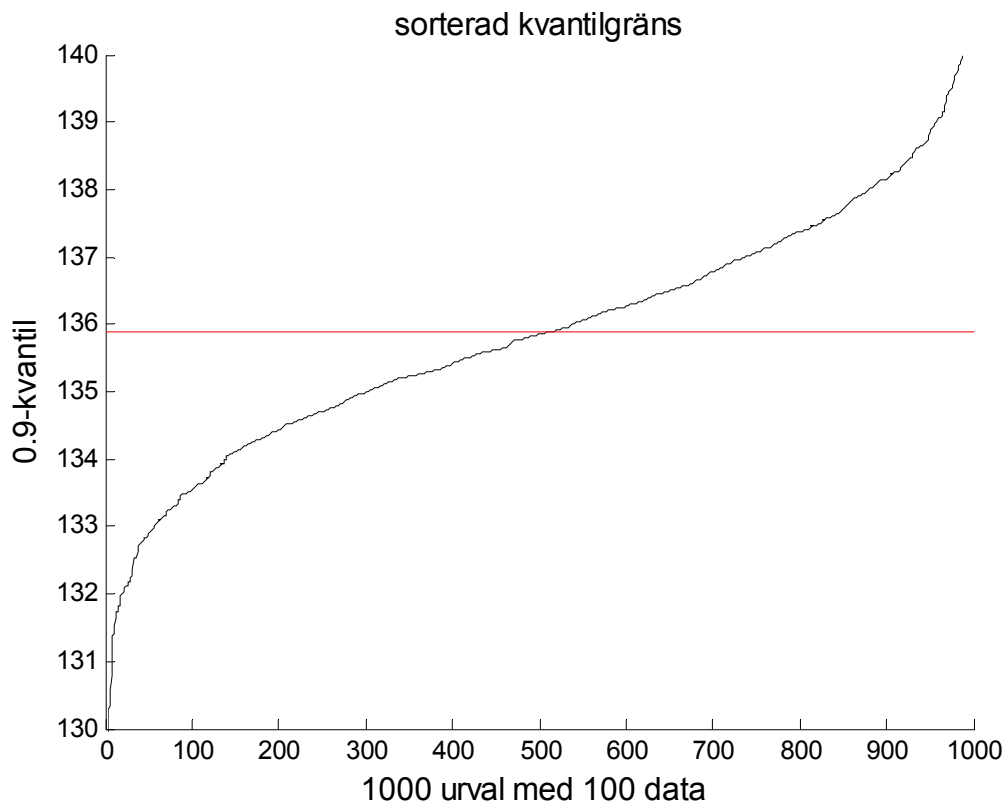
Figur 5.3 Skattad 0.9-kvantilgräns.



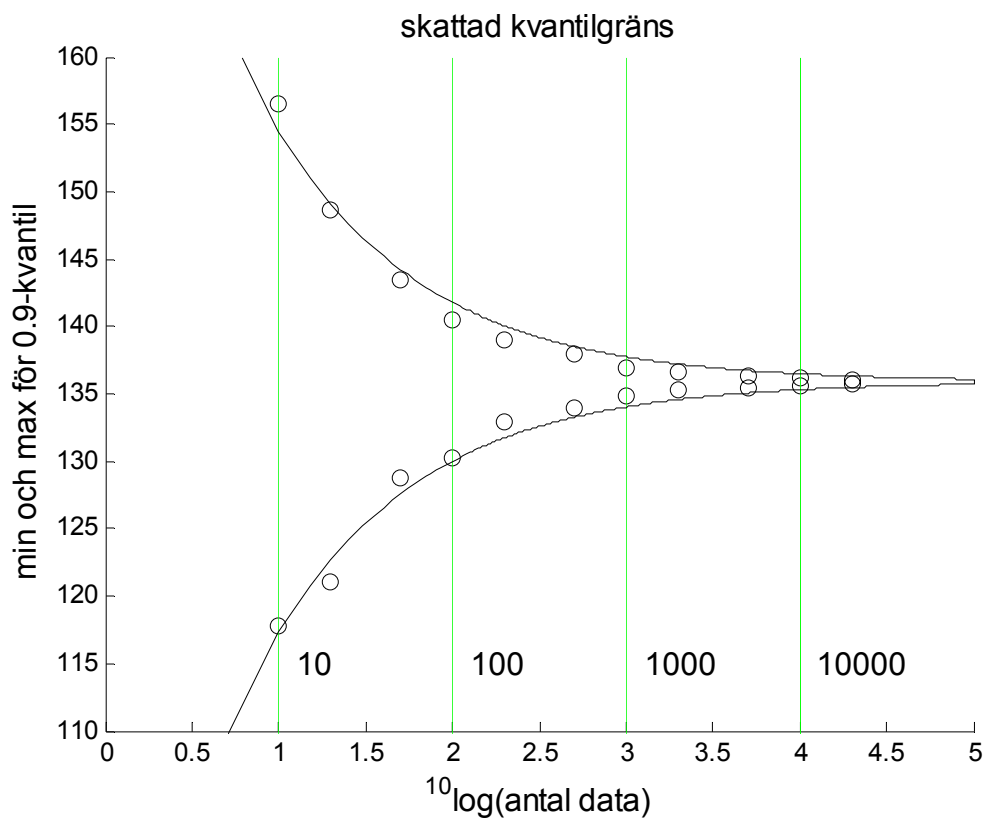
Figur 5.4 Framsorterad 0.9-kvantilgräns.



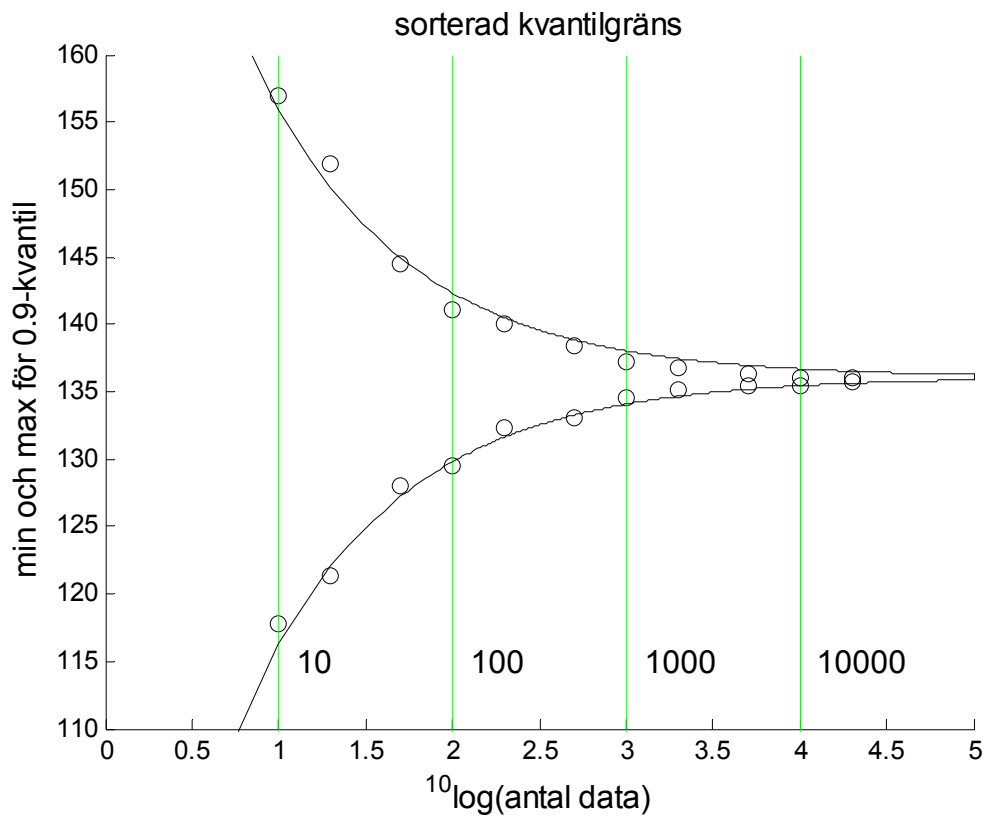
Figur 5.5 Skattad 0.9-kvantilgräns.



Figur 5.6 Framsorterad 0.9-kvantilgräns.



Figur 5.7 Skattad 0.9-kvantilgräns för olika antal data.



Figur 5.8 Framsorterad 0.9-kvantilgräns för olika antal data.

6 Fullständig direktmetod

Bakgrund

Den fullständiga direktmetoden bygger på att från ett antal slumpmässiga beräkningar skatta medelvärde och standardavvikelse. De skattade värdena har en viss osäkerhet och de kan inte användas direkt för att ange ett intervall med en viss sannolikhet för utfallet.

Inom statistiken finns det framräknade tabeller för dubbelsidiga test, men det saknas tabeller för enkelsidiga test som behövs för denna tillämpning.

En tillämpning av direktmetoden är att beräkna ett antal slumpmässiga fall och bestämma ett konfidensintervall för väntevärdet. Antag att de beräknade värdena är normalfördelade och med okänt medelvärde och standardavvikelse. Endast ett enkelsidigt intervall med en övre gräns önskas och den kan skrivas som följer:

$$x_{max} = m + t_{\alpha}(n-1) s n^{-0.5} \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (6.1)$$

där

n	antal data
m	skattat medelvärde
s	skattad standardavvikelse
$t_{\alpha}(f)$	t-fördelningen för kvartilen α med f frihetsgrader

Antalet frihetsgrader f är lika med antalet data n minskat med ett $f = n - 1$.

Det finns ett önskemål om att högst ett fall av tio fall skall överskrida den övre gränsen, vilket motsvaras av att $\alpha = 0.1$. Några siffervärden för $t_{\alpha}(f)$ för $f = 10, 20, 30, 60$ och 120 är 1.37, 1.33, 1.31, 1.30 respektive 1.29.

Om marginalen till det skattade medelvärdet eller $x_{max} - m$ skillnaden skall vara lika med ett givet värde kan detta skrivas som:

$$\Delta x = x_{max} - m = t_{\alpha}(n-1) s n^{-0.5} \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (6.2)$$

Antalet nödvändiga data som krävs kan skrivas som följer:

$$n = [t_{\alpha}(n-1) s / \Delta x]^2 \quad (-) \quad (6.3)$$

Notera att högerledet ovan också är en funktion av antalet data n . En överskattning kan fås genom att anta att antalet data är minst åtta motsvarande sju frihetsgrader, vilket ger något avrundat:

$$n > 2 [s / \Delta x]^2 \quad n > 8 \quad (-) \quad (6.4)$$

Uttrycket ovan visar att om kvoten $s / \Delta x$ skall vara 10 krävs det 200 data.

Medelvärde och standardavvikelse har för beräkningsfall 1 bestämts till 121.51 respektive 11.24 kWh/m². En marginal på 1 kWh/m² kräver 253 data enligt (6.4). En mer korrekt beräkning enligt (6.3) ger ett krav på 210 data.

Direktmetoden - teori

Metoden bygger på följande antaganden och förutsättningar. Ett mindre antal slumpmässiga beräkningar av energibehovet finns genomförda och antas vara helt normalfördelade. Det gäller att avgöra om sannolikheten för utfallet över ett uppställt gränsvärde inte överskrider.

Medelvärde och standardavvikelse för utfallet för n slumpmässiga beräkningar skattas och betecknas som $m(n)$ respektive $s(n)$. En testgräns $g(n)$ för att utfallet uppfyller den önskade sannolikheten bestäms med hjälpparametern k och för en given konfidensgrad på formen:

$$g = m(n) + k s(n) \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (6.5)$$

Testet ovan skall jämföras med snarlika test för liknande fall.

Enkelsidigt test för väntevärdet för känd fördelning

Ett exempel är om medelvärde m och standardavvikelse σ är kända. Testet anger med en given konfidensgrad ett intervall för att utfallet ligger i ett givet intervall och för normalfördelningen gäller följande uttryck för ett enkelsidigt test:

$$g_\alpha = m + \lambda_\alpha \sigma \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (6.6)$$

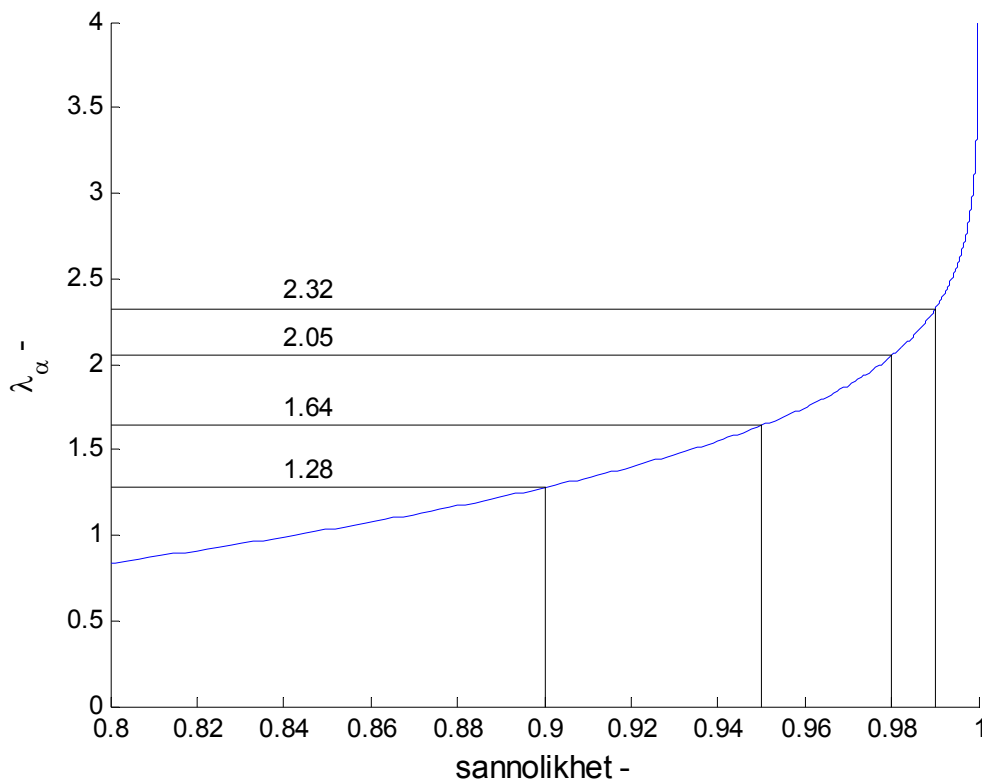
Några siffervärden för hjälpparametern λ_α för α 0.10 och 0.01 är 1.2816 respektive 2.3263. Funktionen λ_α redovisas i Figur 6.1. Kurvan i Figur 6.1 visar att om konfidensgraden skall vara hög blir parametern λ_α stor.

Ett viktigt påpekande är att testet anger bara att väntevärdet för utfallet, alltså medelvärdet, kommer att ligga i det beräknade intervallet med en given konfidensgrad.

Enkelsidigt test för väntevärdet för okänd fördelning

Ett annat exempel är om medelvärde m och standardavvikelse σ är okända. Detta problem löses med hjälp av t -fördelningen. Testet anger med en given konfidensgrad ett intervall för att utfallet ligger i ett givet intervall och för normalfördelningen gäller följande uttryck för ett enkelsidigt test:

$$g_\alpha = m(n) + t_\alpha(n) s(n) \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (6.7)$$



Figur 6.1 Parametern λ_α som funktion av sannolikhet.

Hjälpparametern $t_\alpha(n)$ är en funktion av både konfidensgraden som tidigare och antalet data. Några siffrvärden för hjälpparametern $t_\alpha(n)$ för α 0.10 och 0.01 och $n=10$ är 1.37 respektive 2.75. Hjälpparametern $t_\alpha(n)$ är för detta fallet något större på grund av den större osäkerheten, eftersom medelvärde och standardavvikelse är skattade. Hjälpparametern $t_\alpha(n)$ går mot λ_α för ett oändligt antal data. Några andra siffrvärden för hjälpparametern $t_\alpha(n)$ för α 0.10 och 0.01 och $n=40$ är 1.30 respektive 2.42.

Ett viktigt påpekande är att testet anger bara att väntevärdet för utfallet, alltså medelvärdet, kommer att ligga i det beräknade intervallet med en given konfidensgrad.

Enkelsidigt test med given sannolikhet och konfidensgrad

Fördelningen antas vara normalfördelningen. Det önskade testet kan tolkas som en form av kvalitetskontroll med ett givet antal slumpmässiga beräkningar och med dessa avgöra om utfallet kan överskrida en testgräns med en given sannolikhet och med en given konfidensgrad för testet. Det finns framräknade tabeller för hjälpparametern k som funktion av antalet data, sannolikhet och konfidensgrad.

Några siffrvärden för hjälpparametern k för sannolikheten 0.9 och konfidensgraden 0.90, 0.95 och 0.99 och $n=10$ har simulerats till 2.04, 2.17 respektive 2.43 och $n=40$ har simulerats till 1.59, 1.65 respektive 1.78.

En sammanställning görs av olika testers testgränser i Tabell 6.1 nedan. Notera att hjälp-parametern k är betydligt större än tidigare motsvarande hjälpparametrar för känd och okänd fördelning. De två tidigare testerna avsåg väntevärdet, medan detta test skall anges att utfallet ligger rätt med en viss sannolikhet för en given konfidensgrad.

Parametern k har beräknats för både enkelsidigt och dubbelsidigt test och olika antal data $n = 5, 10, 20$ och 40 . Resultatet redovisas i Figur 6.2-9 som funktion av sannolikhet i intervallet $(0.8, 1)$ och med kurvor för olika konfidensgrad $0.9, 0.95, 0.98$ och 0.99 .

Parametern λ_α redovisas som jämförelse för vad som är den undre gränsen i samtliga figurer. Detta görs för både enkelsidigt och dubbelsidigt test.

Tabell 6.1 Testers parametrar för olika konfidensgrad och sannolikheten 0.9

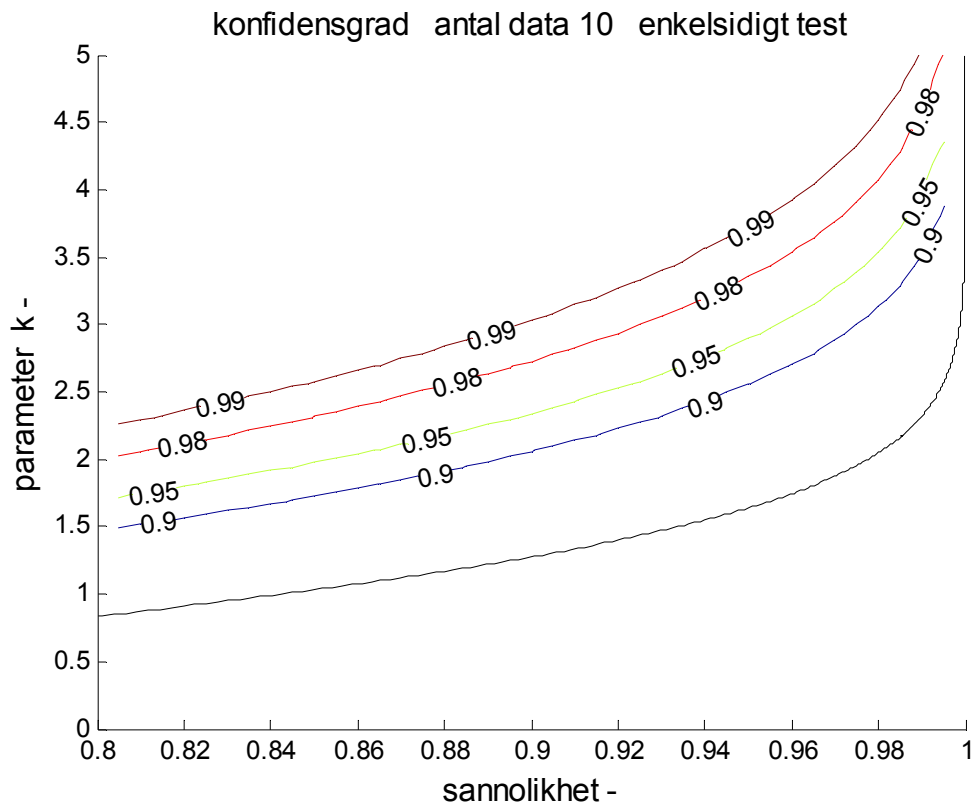
n	$t_{0.90}(n)$	$t_{0.99}(n)$	$k_{0.90}$	$k_{0.99}$
10	1.37	2.75	2.06	3.05
40	1.30	2.42	1.59	1.90
∞	1.28	2.33	-	-

Sammanfattning

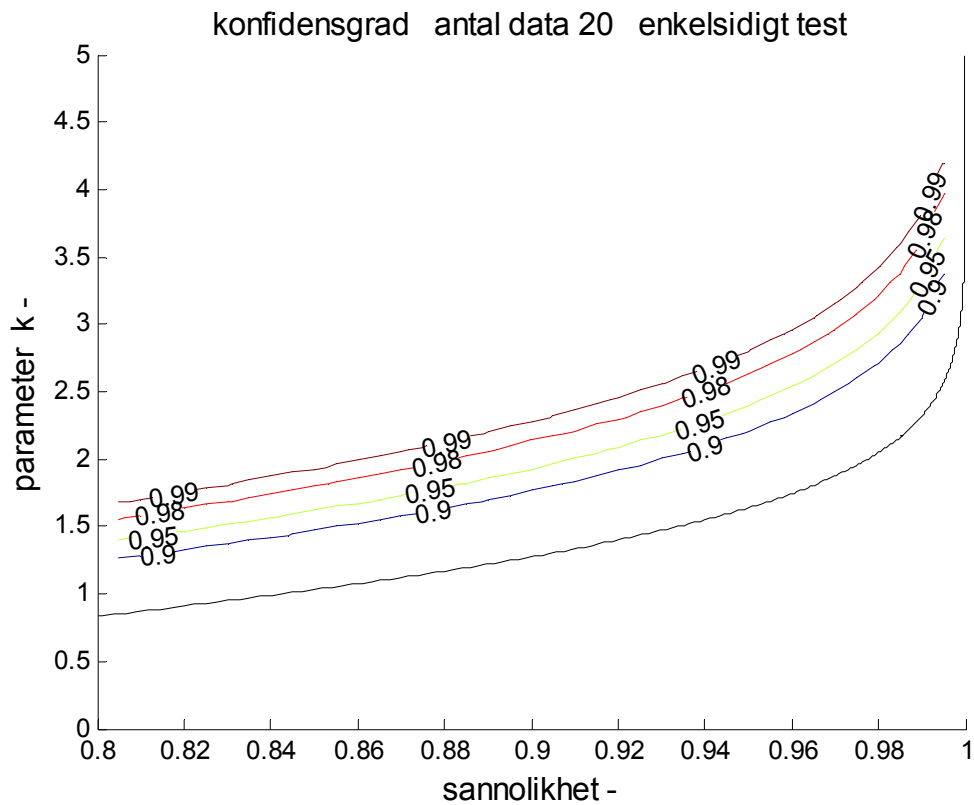
Siffrorna i Tabell 6.1 visar att för konfidensgraden 0.9 och den önskade sannolikheten på 0.9 att säkerhetsmarginalen mellan gränsvärde och skattat medelvärde är drygt två skattade standardavvikelser för ett fall med endast 10 data. Det framgår också att den under gränsen för säkerhetsmarginalen inte kan underskrida värdet 1.28, vilket gäller för en känd normalfördelning och för väntevärdet och inte för ett mindre utfall.

Figur 6.2-5 visar för enkelsidigt test att säkerhetsmarginalfaktorn k minskar betydligt med antalet data från 10, 20, 50 till 100. Konfidensgraden 0.99 och 10, 20, 50 och 100 data ger siffervärden 3.05, 2.27, 1.81 respektive 1.66. Siffrorna visar att säkerhetsmarginalen avtar kraftigt i början med ökande data och att därefter avtar allt mindre med ökande antal data.

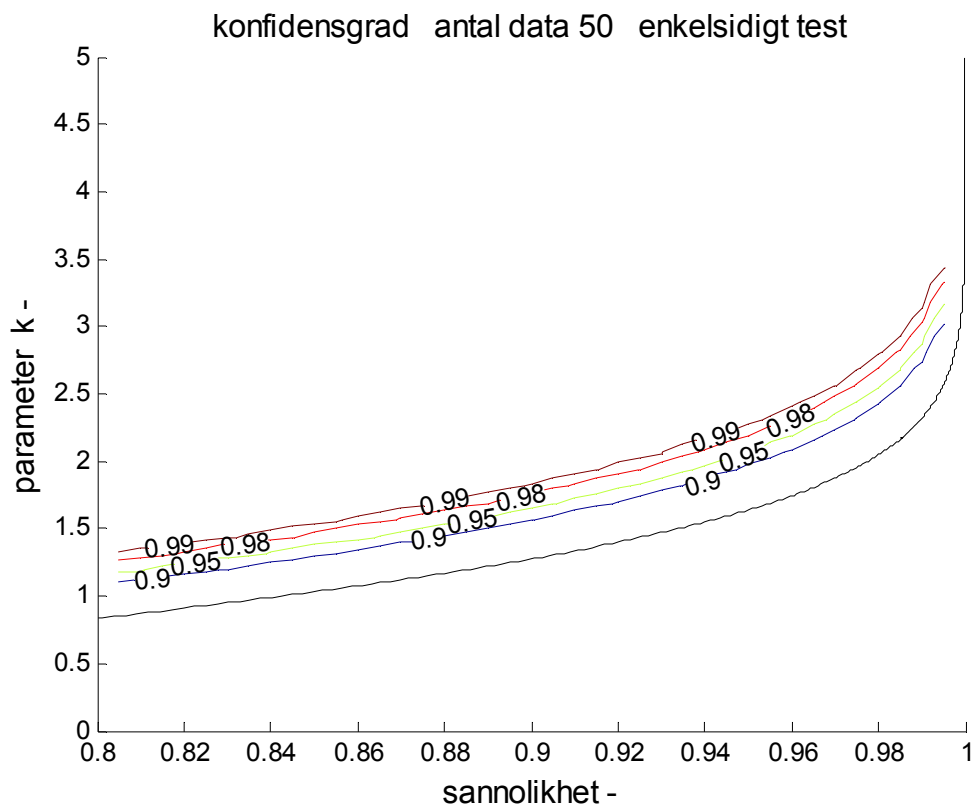
Fördelen med den fullständiga metoden är att den har en given konfidensgrad, vilket den förenklade metoden i avsnitt 5 inte har. Beräkningsinsatsen är den samma jämfört med den förenklade metoden med skattning.



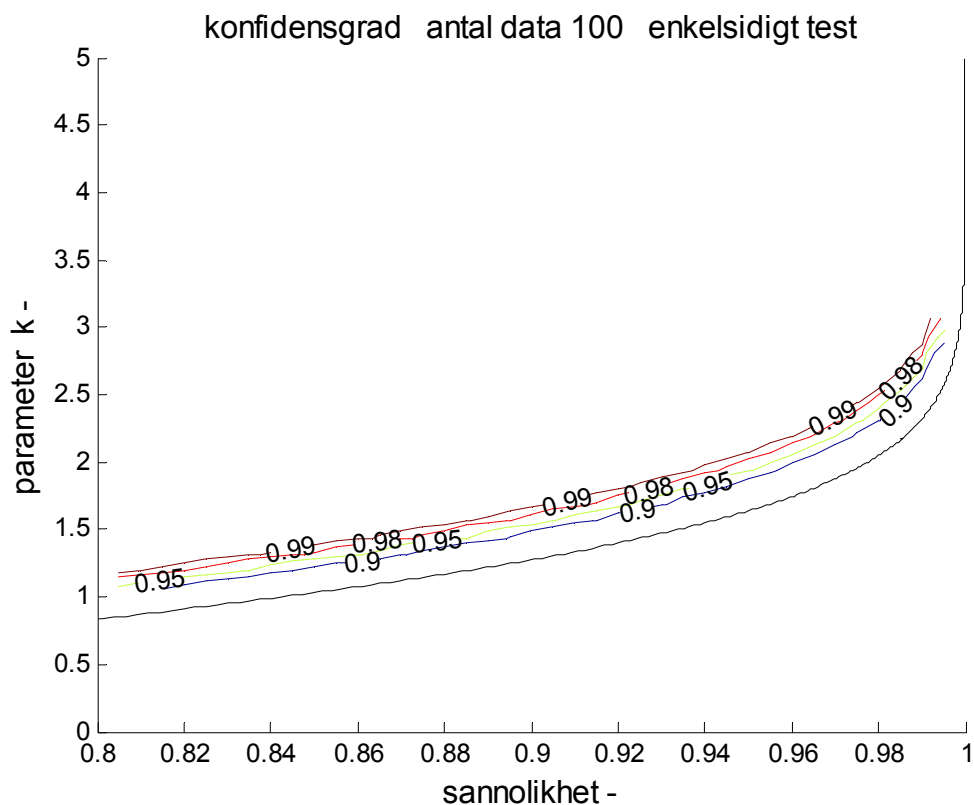
Figur 6.2 Parametern k funktion av sannolikhet för olika konfidensgrad, $n=10$ och enkeltest.



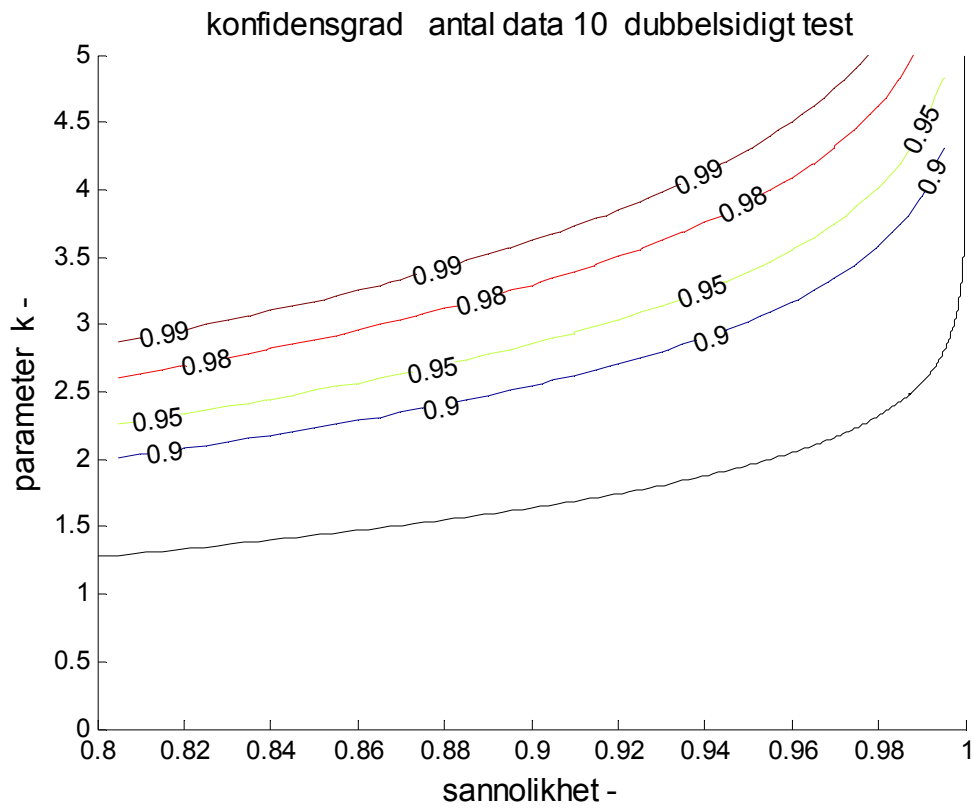
Figur 6.3 Parametern k funktion av sannolikhet för olika konfidensgrad, $n=20$ och enkeltest.



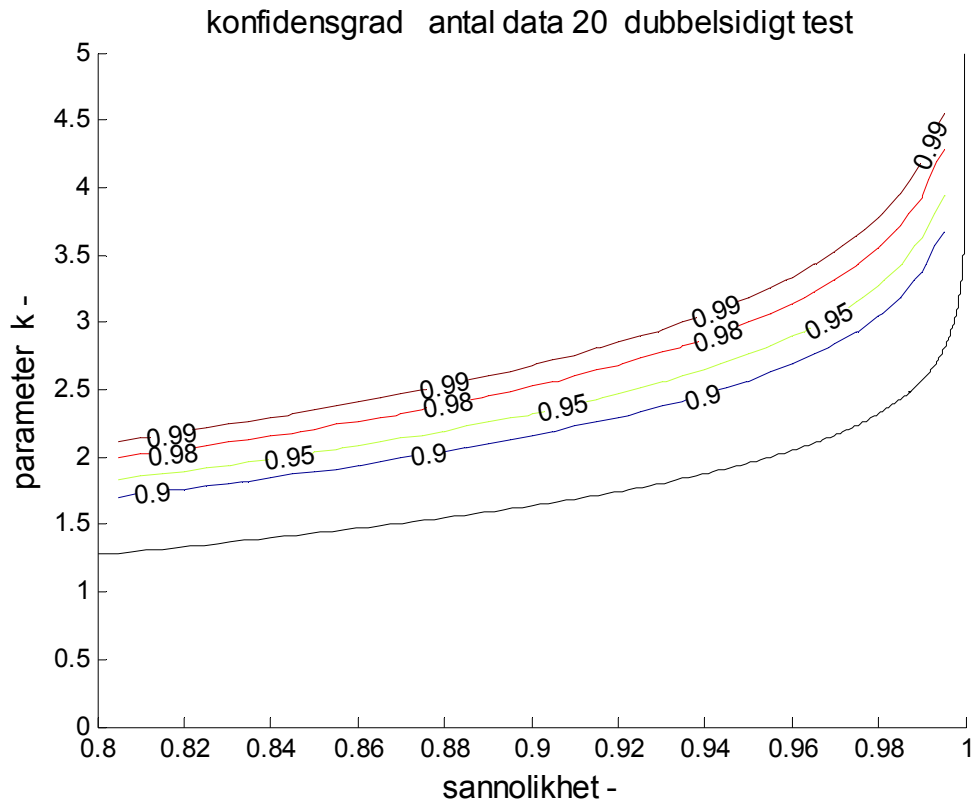
Figur 6.4 Parametern k funktion av sannolikhet för olika konfidensgrad, $n=50$ och enkeltest.



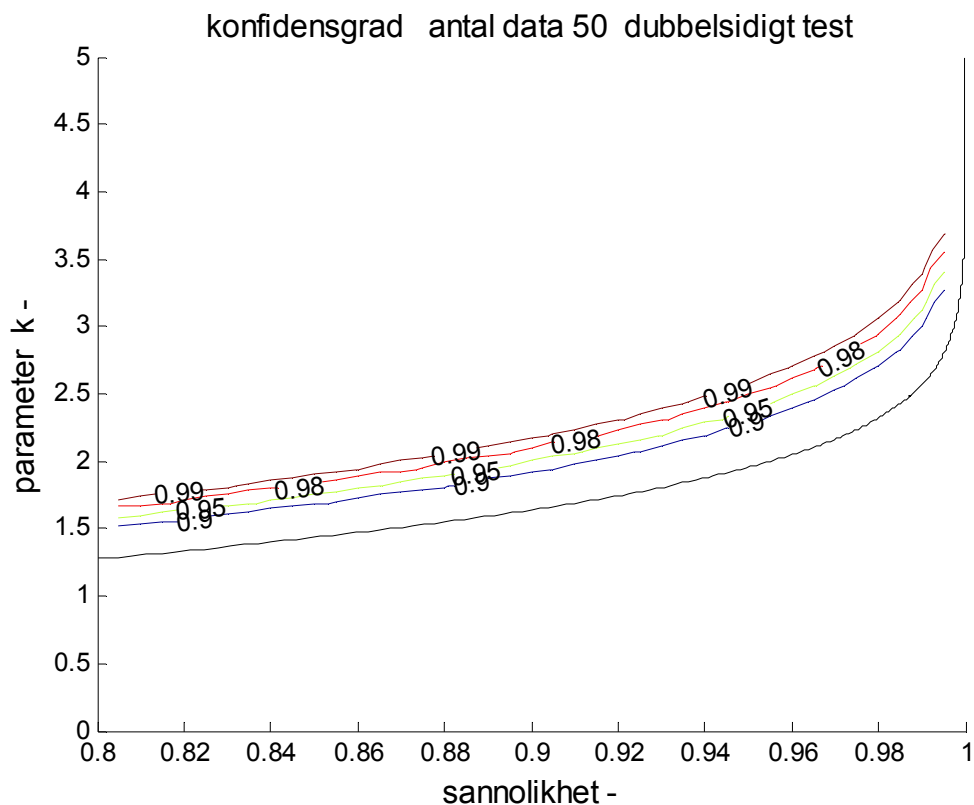
Figur 6.5 Parametern k funktion av sannolikhet för olika konfidensgrad, $n=100$ och enkeltest.



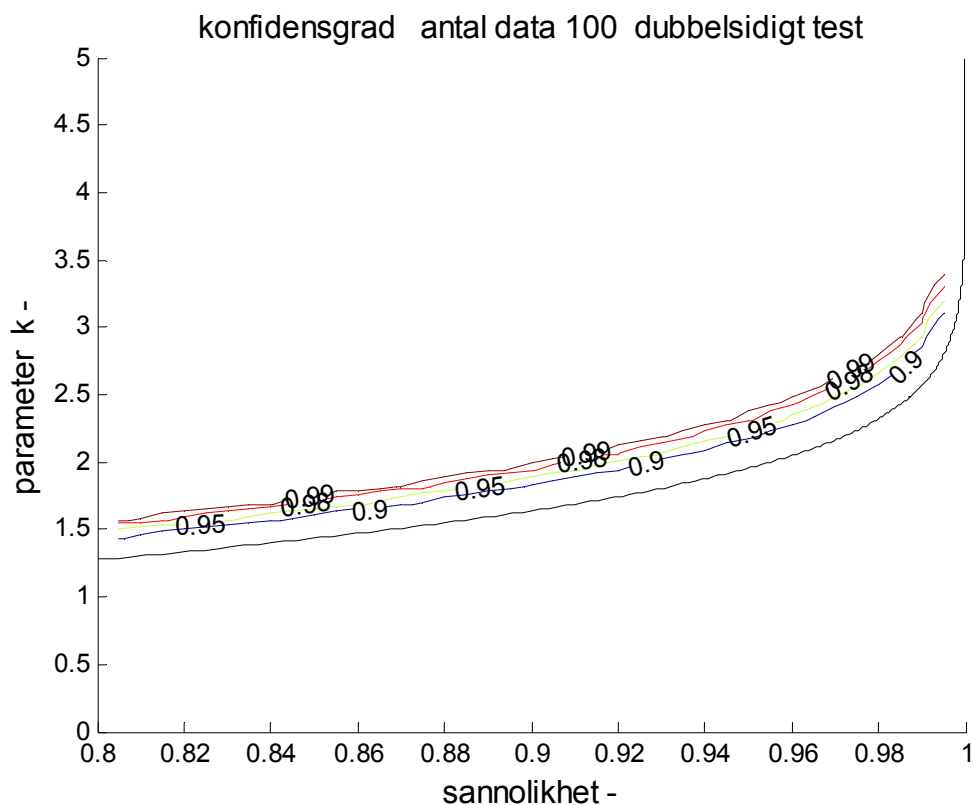
Figur 6.6 Parametern k funktion av sannolikhet för olika konfidensgrad, $n=10$ och dubbeltest.



Figur 6.7 Parametern k funktion av sannolikhet för olika konfidensgrad, $n=20$ och dubbeltest.



Figur 6.8 Parametern k funktion av sannolikhet för olika konfidensgrad, $n=50$ och dubbeltest.



Figur 6.9 Parametern k funktion av sannolikhet för olika konfidensgrad, $n=100$ och dubbeltest.

7 Minimal direktmetod - teori

Tillämpningen av direktmetoden enligt avsnitt 5 och 6 med förenklad direktmetod respektive fullständig direktmetod är inte helt enkel. Flera ingående variabler skall slumpvalsgenereras eventuellt med en given samvariation och ett större antal beräkning skall genomföras. Beräkningsresultatet bearbetas därefter i enlighet med de beskrivna metoderna i avsnitt 5 och 6.

Energianvändningen kan för en given byggnad betraktas som en funktion av alla de ingående osäkra variablerna. Det går att bestämma denna funktion väl, eftersom funktionen beräknas numeriskt med hög noggrannhet. Det finns ingen osäkerhet i energianvändningen för givna indata.

Det gäller därför först att bestämma energianvändningens känsligheten för varje ingående osäker variabel. Nästa steg är att med dessa känsligheter eller egentligen energianvändningens standardavvikelse för en viss variabls standardavvikelse bestämma energianvändningens förväntade medelvärde m_E och standardavvikelse σ_E . Det sista steget är enkelt och är att beräkna energianvändningens kvantilgräns för en given sannolikhet och testa detta värde mot det uppställda kravet. Energianvändningens kvantilgräns $E_{0,9}$ för sannolikheten 0.9 kan med antagande om att normalfördelningen gäller beräknas som följer:

$$E_{0,9} = m_E + 1.28 \sigma_E \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (7.1)$$

Det framräknade värdet $E_{0,9}$ kan nu testas mot den gräns som gäller bostäder eller lokaler och aktuell klimatzon.

Det är inte självklart hur energianvändningens medelvärde m_E och standardavvikelse σ_E i (7.1) skall bestämmas. Några olika ansatser skall undersökas alltifrån linjär modell, kvadratisk modell med blandade termer och kvadratisk modell utan blandade termer.

Energianvändningen för uppvärmning och ventilation över ett år är en kvadratisk funktion av innetemperaturen under förutsättning att utetemperaturen frekvensfunktion är konstant i ett begränsat intervall från lägsta till högsta utetemperatur, som kan förekomma. Detta gäller även när för värmetillskott från boende, hushållsel, fastighetsel och solinstrålning tillkommer. Mer detaljer om detta kommer att redovisas senare för beräkning av årsenergianvändning med hjälp av gradtimmetabeller.

Linjär modell

Den linjära modellen för energianvändningen kan skrivas som följer:

$$E = a + b^T x \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (7.2)$$

där a är en konstant, b är en vektor med dimensionen n och x är en vektor med dimensionen n som är en med standardavvikelsen normerad avvikelse från medelvärdet för varje ingående variabel.

Parametern a kan bestämmas som energianvändningen E_0 för fallet där alla variabler är lika med sina medelvärden, vilket här motsvaras av att alla x_i är noll. Parametervektorn b kan bestämmas genom att ändra en variabel i taget x_i lämpligen till ett och beräkna b_i som skillnaden $E_i - a$. Det krävs därför minst $n+1$ st lämpliga beräkningsresultat av energianvändningen E för att bestämma parametern a och parametervektorn b .

Om energianvändningen är en olinjär funktion har det en viss betydelse hur olika x_i väljs för att bestämma motsvarande b_i . En möjlighet är att sätta varje $x_i = 1$ eller omvänt varje $x_i = -1$. En annan möjlighet är att välja varje x_i för att öka energianvändningen, vilket innebär att $E_i > E_0$ eller omvänt välja varje x_i för att minska energianvändningen, vilket innebär att $E_i < E_0$.

Fullständig kvadratisk modell

En fullständig kvadratisk modell för energianvändningen kan skrivas på formen:

$$E = a + b^T x + x^T C x \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (7.3)$$

där C är en kvadratisk symmetrisk matris med dimensionen $n \cdot n$. Det krävs därför minst $n^2/2+3n/2+1$ st lämpliga beräkningsresultat av energianvändningen E för att bestämma konstanten a , vektorn b och den symmetriska matrisen C .

Behovet av blandade termer beror på hur osäkra de ingående variablerna är i förhållande till sina medelvärden. Ett enkelt exempel är energianvändningen över en given tidsperiod med en osäker konstant temperaturskillnad, en osäker byggnadsyta med ett osäkert U-värde. Antag att de relativa osäkerheterna är x , y respektive z för de tre ingående variablerna. Energianvändningen relativt fallet utan någon osäkerhet kan skrivas som $(1+x)(1+y)(1+z)$ och uträknat fås termerna $1+x+y+z+xy+xz+yz+xyz$. Om den relativa osäkerheten är mindre än 0.1 innebär det att de linjära termerna $x+y+z$ är tio gånger större än de tre första blandade termerna $xy+xz+yz$. Den sista termen xyz är hundra gånger mindre än någon av de linjära termerna. En naturlig förenkling är att slopa termerna $xy+xz+yz+xyz$.

Notera att det finns inga rent kvadratiske termer för exemplet ovan med endast en konstant temperaturskillnad. Antag att temperaturskillnaden avser skillnaden mellan inne- och utetemperatur över året, vilket för en givet uteklimat kan förenklas till en kvadratisk funktion av innetemperaturen. Detta innebär att den tidigare faktorn $(1+x)$ blir $(1+2x+x^2)$ och att en rent kvadratisk term tillkommer i den relativa energianvändningen.

Förenklad kvadratisk modell

Om de blandade termerna i (7.3) slopas kan uttrycket förenklas till en summa av kvadratiske funktioner av varje variabel, vilket ger:

$$E = a + b^T x + c^T x^2 \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (7.4)$$

Notationen x^2 skall tolkas som elementvis multiplikation av variabelvektorn x .

Det krävs nu minst $2n+1$ st beräkningsresultat för energianvändningen E för att bestämma konstanten a och vektorerna b och c . Detta kan ske med följande val av variabler x .

$$E_0 = a \quad \text{alla } x_i = 0 \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (7.5)$$

$$E_{i+} = a + b_i + c_i \quad x = 0 \text{ utom } x_i = 1 \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (7.6)$$

$$E_{i-} = a - b_i + c_i \quad x = 0 \text{ utom } x_i = -1 \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (7.7)$$

Parametern b_i och c_i bestäms som följer:

$$b_i = (E_{i+} - E_{i-})/2 \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (7.8)$$

$$c_i = (E_{i+} - 2E_0 + E_{i-})/2 \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (7.9)$$

Skattning av modellens medelvärde m_E

Medelvärdet m_E för den förenklade kvadratiska modellen enligt (7.4) kan skattas genom att anta att alla ingående variabler x_i är oberoende och normalfördelade $N(0,1)$. Väntevärdet betecknas som $F(\cdot)$ något annorlunda mot statistikens $E(\cdot)$ och tillämpning på (7.4) ger i steg följande:

$$m_E = F(a) + F(b^T x) + F(c^T x^2) \quad (\text{kWh/m}^2)$$

$$m_E = a + 0 + F(c^T x^2) \quad (\text{kWh/m}^2)$$

$$m_E = a + [\sum c_i^2]^{0.5} \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (7.10)$$

En viktig kommentar till (7.10) är att medelvärdet inte är lika med basvärdet a när alla osäkra variabler är noll. Korrektionen beror på att energianvändningen inte är linjär utan olinjär eller kvadratisk. Medelvärdet för en linjär funktion $F(f(x))$ är lika med $f(F(x))$, med detta gäller inte för en olinjär funktion $f(x)$. Ett enkelt exempel är $f(x) = 1/x$.

En viktig annan anmärkning är att den linjära modellen enligt (7.2) ger inte samma skattning av energianvändningens medelvärde eftersom parametervektorn c saknas i modellen. Slutsatsen är att den linjära modellen ger fel medelvärde om energianvändningen är olinjär.

Skattning av modellens standardavvikelse σ_E

Standardavvikelsen σ_E för den förenklade kvadratiska modellen enligt (7.4) kan skattas genom att anta att alla ingående variabler x_i är oberoende och normalfördelade $N(0,1)$. Väntevärdet betecknas här som $F(\cdot)$ något annorlunda mot statistikens $E(\cdot)$. Standardavvikelsen beräknas som kvadratroten för variansen $Var(\cdot)$ enligt följande:

$$Var(E) = F(E^2) - F(E)^2 \quad (\text{kWh/m}^2)^2$$

$$\sigma_E = Var(E)^{0.5} = [F(E^2) - F(E)^2]^{0.5} \quad (\text{kWh/m}^2)$$

Härledning utelämnas. Resultatet blir följande för den förenklade kvadratiska funktionen enligt (7.4):

$$\sigma_E = [\sum b_i^2]^{0.5} \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (7.11)$$

En viktig anmärkning är att den linjära modellen enligt (7.2) har ger exakt samma skattning av energianvändningens standardavvikelse, men parametervektorn b är inte den samma, eftersom dess element b_i har skattats med en avvikelse uppåt eller neråt kring medelvärdet för den aktuella parametern. Varje parameterelement b_i är ingenting annat är energianvändningens standardavvikelse för variabel x_i . Uttrycket (7.11) kan därför även skrivas som:

$$\sigma_E = [\sum \sigma_{Ei}^2]^{0.5} \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (7.12)$$

Uttrycket (7.12) gäller underförutsättning att variablerna x_i är helt oberoende. Om variabler x_i till en del är oberoende, helt i motfas eller helt i medfas, kan energianvändningen standardavvikelse σ_E med hjälp av en beroende symmetrisk matris B . Denna matris har element, som är -1, 0 och 1 samt där diagonalelementen är alltid lika med 1. Fallet med helt oberoende variabler x_i innebär att matrisen B är en enhetsmatris.

Beräkningen av energianvändningens standardavvikelse σ_E kan för det allmänna fallet skrivas som:

$$\sigma_E = [\sigma_{Ei}^T B \sigma_{Ei}]^{0.5} \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (7.13)$$

Om variablerna x_i och x_j är helt i medfas, anges detta med matriselementen $b_{ij} = b_{ji} = 1$.

Om variablerna x_i och x_j är helt i motfas, anges detta med matriselementen $b_{ij} = b_{ji} = -1$.

Om variablerna x_i och x_j är helt oberoende, anges detta med matriselementen $b_{ij} = b_{ji} = 0$.

Förklaringskvot

Ett enkelt mått på hur mycket en viss variabel betyder för den totala spridningen eller variansen är att beräkna en förklaringskvot k_i för variabel i på formen:

$$k_i = \sigma_{Ei}^2 / \sigma_E^2 \quad (-) \quad (7.14)$$

Uttrycket visar att det egentligen är variansandelen för en viss variabel i som beräknas. Antag att spridning orsakas av två variabler med samma standardavvikelse, vilket ger förklaringskvoter-na $k_1 = k_2 = 0.5$.

8 Minimal direktmetod - praktik

Den minimala direktmetoden bygger på att en årsenergiberäkning alltid görs med något datorprogram. Det gäller därför att utnyttja samma datorprogram för att skatta en kvantilgräns med en given sannolikhet för energianvändningen. Det finns flera fördelar med att bygga ut befintliga datorprogram med denna sökta skattningsfunktion.

Tillämpbarhet, tydlighet, enkelhet och betydelse

Direktmetoden kan tillämpas enkelt som en del av ett befintligt energiberäkningsprogram.

Det framgår klart vilka medelvärden och osäkerheter som används i beräkningarna. Absoluta värden och relativa osäkerhetsfaktorer kan användas. Vissa variabler anses vara helt säkra. Alla slumpmässiga variabler antas vara oberoende och normalfördelade.

Skattningsmodell är enkel och kräver ett fåtal beräkningar av energianvändningen.

Det finns en förklaringskvot för varje osäkerhetsvariabel som anger hur stor del av energianvändningens standardavvikelse som beror på aktuell variabel.

Användbarhet, aktualitet och uppdatering

Den minimala direktmetoden är lätt att använda, eftersom den ingår som en del av ett befintligt energiberäkningsprogram.

Indata till energiberäkningen är givetvis byggnadens data samt absoluta och relativa osäkerheter i form av medelvärden och standardavvikelser för byggnadsdata, klimatdata och brukardata. Detta innebär att det är lätt att direkt ändra grundförutsättningarna för olika osäkerheter. Det kan vara att beräkning med olika byggnadsdata, klimatdata eller brukarindata skall ske med nya medelvärden och standardavvikelser efter nya mäterfarenheter har framkommit.

Det krav som skall uppfyllas kan också revideras och förändras, vilket direktmetoden enkelt kan anpassas till genom att beräkningen av energianvändningen utökas eller minskas med olika energiposter. Dagens krav avser inte hushållselförbrukning, vilken till stor del tillgodoräknas för uppvärmning och ventilation av en byggnad.

Användarvänlighet och generalitet

En ytterst viktig synpunkt för en beräkningsmetod är att den är lätt använda utan kräva omfattande indata och extra beräkningar med andra datorprogram än de gängse. Direktmetoden avser inte någon särskild byggnadstyp utan kan tillämpas på alla byggnadstyper. Det skall inte vara någon skillnad på om det gäller ett småhus, ett radhus, ett flerbostadshus eller någon form av lokal bortsett från att osäkra variablers medelvärde och standardavvikelse.

Indata för klimatskal

Klimatskalet kan delas upp i ett antal olika ytor med olika egenskaper. Ytorna storlek kan ges direkt eller beräknas utifrån angivna mått. Ytor kan vara nettoytor sett inifrån en byggnads olika rum och lokaler eller vara bruttoytor sett utifrån. Fallet med nettoytor kompletteras med köldbryggor för olika övergångar mellan olika nettoytor. Köldbryggorna ingår mer eller mindre för fallet med bruttoytor.

Osäkerheter för klimatskalets ytor bör vara liten. Det kan vara avrundning till minsta steg om 0.1 m^2 . Detta gäller även ytornas eller egentligen byggdelarnas egenskaper i form av U-värden. Det finns dock påslag för U-värden för olika konstruktioner för osäkerheter i utförandet i form av ΔU_p . En bedömning är att ange en relativ osäkerhet för alla U-värden, eftersom en absolut osäkerhet har stor inverkan på en konstruktion med ett lågt U-värde.

Den största osäkerheten orsakas av köldbryggor som i många beräkningar har försummats mer eller mindre. Köldbryggornas längd omfattar i princip alla kantlinjer mellan olika byggdelar och även omkretsarna kring alla fönster eller dörrar, vilket för ett kvadratisk enplanshus med sidan 10 m blir nästan 100 m för endast övergångar mellan golv, fasader och tak och för fönsters och dörrars omkrets fås ytterligare 60 m för 12 st 1 m^2 fönster och för 2 st 2 m^2 dörrar. En del av köldbryggornas u-värde kring fönster och dörrar ingår som en del i fönsters och dörrars U-värden.

Om en byggnads isolertjocklek fördubblas nästan halveras byggdelarnas U-värden, men också köldbryggorna mellan golv, fasader och tak. Köldbryggorna kring fönster och dörrar är däremot de samma under förutsättning att fönsters och dörrars karmdjup inte ökar.

Andra viktiga egenskaper för klimatskalet är fönsters g-faktorer, som anger hur stor del av den infallande solinstrålningen som går igenom fönstret. Klimatskalets övriga ytor påverkas också av solinstrålning beroende på absorptionsförmåga och emissivitet. Bakomliggande luftspalter kan minska solinstrålningens inverkan på en byggdels värmeförlust.

Indata för ventilation

Ventilationsflödet skall uppfylla krav på minsta uteluftsflöde enligt BBR, vilket för bostäder är 0.35 l/sm^2 . Ventilationsflödet kan kontrolleras med en måttlig noggrannhet, relativt sett 1/10-del. Ventilationsflödet är i stort sett konstant över året bortsett från problem med igensättning av filter och påfrysning av ventilationsvärmåtervinnare.

Ventilationsvärmebehovet kan endast minskas genom någon form av återvinning genom att använda sig av tillochfrånluftsventilation med en plattvärmväxlare av något slag. Verkningsgraden för plattvärmväxlaren är det som kan ändras för att minska värmebehovet för ventilation. Verkningsgraden är inte konstant utan den påverkas av påfrysning vid låga utetemperaturer. Teknisk höga verkningsgrader kan inte utnyttjas fullt ut. Detta beräkningsfel kan vara litet för ett hus i södra Sverige, men inte i norra Sverige.

Utöver den vanliga ventilationen tillkommer i bostäder även någon form av köksfläkt vars flöde kan forceras under korta tider. Denna forcering innebär ventilationen totalt sett ökar något, men inte med hela forceringsflödet. Hur stor ökningen är beror på ventilationssystemets egenskaper och på byggnadens täthet.

Indata för in- och exfiltration

Storleken på infiltrationsflöde och exfiltrationsflöde beror på ventilationssystemets egenskaper, på byggnadens täthet, på temperaturförhållanden, på vindförhållanden och byggnadens inre höjd.

Ett infiltrationsflöde behöver inte öka en frånluftsventilerad byggnads värmebehov om inte det ökar det totala önskade frånluftsflödet.

Ett exfiltrationsflöde ökar i regel en byggnads värmebehov, eftersom en eventuell värmeåtervinning kommer att arbeta med ett mindre frånluftsflöde. Ett exfiltrationsflöde medför också risk för kondens i byggkonstruktionen och skall därför undvikas.

Infiltration och exfiltration ökar värmebehovet för en byggnad med FT-ventilationssystem.

Innetemperatur

En konstant innetemperatur över året är ett enkelt antagande även om innetemperaturen kan variera över året beroende på brukare och själva värmesystemets funktion. Sommartid kan innetemperaturen vara betydligt högre än under vintertid eller under själva uppvärmnings-säsongen. Det viktiga är att beräkningar sker med rätt temperatur under uppvärmnings-säsongen.

Det finns stora undersökningar genomförda på småhus och flerbostadshus som visar att innetemperaturen är något lägre i småhus än i flerbostadshus. Införande av individuell värmedebitering i flerbostadshus är något som kan minska skillnaden.

Uttemperatur och solinstrålning

Beräkningar bör ske med klimatdata för den mest snarlika väderstationen, vilket inte behöver vara den närmsta. Det gäller att beakta lokala skillnader i förhållande till vald klimatstation. Byggnadens läge i landskapet på en dalbotten eller en dalsida har en viss betydelse.

Ett problem är att alla år är mer eller mindre unika och det kan vara lämpligt att använda sig av ett syntetiska väderdata framräknade från flera års mätningar flera mätstationer.

Något som begränsar mängden solinstrålningen som kan nyttiggöras är omgivningens horisontalavskärmning och givetvis byggnadens egen avskärmning av fönster.

Personvärme

Personvärmestillskottet kan bestämmas ganska väl med antalet boende och deras närvaro.

Hushållsel

Hushållselens värmestillskottet kan till en del bestämmas ganska väl med antalet boende och deras närvaro. Det finns också för en bostad en fast del från kyl och frys samt från en eventuell varmvattenberedare, vilken har en mer eller mindre konstant värmeförlust.

Det finns också konstanta värmestillskott från akvarier, terrarier eller vattensängar som kan vara betydande och kan därför inte försummas.

Fastighetsel

Fastighetsel för ett småhus avser främst drift av ventilationssystem, medan för flerbostadshus tillkommer belysning och hissar. Lokaler som kontor och skolor har flera gånger mer ventilation än bostäder och därför är också fastighetselen betydligt större.

Varmvatten

Själva värmebehovet för varmvatten utöver en eventuell varmvattenberedarens värmeförlust beror på de boendes vanor. Det finns en del schablon-siffror att tillgå från en del stora undersökningar kopplat till en bostads storlek.

Beroende och oberoende variabler

Ett problem är att det finns uppgifter om enskilda variablers medelvärden och standardavvikelse, men hur olika variabler samvarierar med andra variabler finns det i regel inga uppgifter om. Betydelsen av olika variablers oberoende eller beroende i medfas eller motfas för energianvändningens totala standardavvikelse bestäms med sambandet (7.13).

Ett exempel på variabler som bör följas åt i medfas är personvärme, hushållsel och varmvatten.

9 Minimal direktmetod - tillämpningsexempel

Avsikten med detta avsnitt är att tillämpa direktmetoden för årsenergiberäkning med grad-timmetabeller. Det viktiga är inte enskilda sifferuppgifter utan att demonstrera metoden och skillnader mellan den linjära modellen och den förenklade kvadratiske modellen. Hela beräkningsmodellen kommer att redovisas.

Den tidigare redovisade metoden i avsnitt 4 använde en konstant årsmedeltemperatur, vilket medför att olika gratisvärmestillskott tillgodoräknas på ett felaktigt sätt.

Byggnaden

Byggnaden vars energianvändning som skall beräknas är ett kvadratisk enplanshus med en golvyta om 100 m^2 , en fasadyta om 100 m^2 varav 15 m^2 är fönster. Det finns 90 m köldbrygga, vilket är lika med byggnadens kantlinjelängd ($4 \cdot 10 + 4 \cdot 10 + 4 \cdot 2.5$).

Ventilationen sker med ett FT-system med återvinning. Ventilationsflödet antas vara konstant 35 l/s och därmed normenligt med 0.35 l/sm^2 . Energiåtervinningsgraden antas vara konstant 0.5. In- och exfiltrationsflödet antas vara 5 l/s. Någon köksfläkt ingår inte i modellen.

Värmestillskott fås från boende, hushållsel, fastighetsel och solinstrålning. Solinstrålningen är en linjär funktion av utetemperaturen. Fönstrens g-faktor har en viss osäkerhet.

Innetemperaturen kan variera något med utetemperaturen.

Varmvattenberedning sker med förrådsberedare. Varmhållningsförlusten en konstant effekt över året räknas in i fastighetsdelen, vilket också blir ett gratisvärmestillskott.

Byggnadens förlustfaktor

Byggnadens förlustfaktor Q med dimensionen [W/K] kan beräknas som summan av klimatskalets, ventilationens och filtrationens specifika värmeförlust.

Byggnadens klimatskal består av fem delar nämligen golv, yttervägg, fönster, tak och köldbryggor motsvarande ytor betecknas som A_g , A_y , A_f , A_t och a_k och U-värden som U_g , U_y , U_f , U_t och u_k . Förlustfaktorn för transmission beräknas som:

$$Q_t = A_g U_g + A_y U_y + A_f U_f + A_t U_t + a_k u_k \quad (\text{W/K}) \quad (9.1)$$

Ventilationens förlustfaktor med dimensionen [W/K] kan för ventilationsflöde q_v och en ventilationsvärmeåtervinning med verkningsgraden v beräknas som:

$$Q_v = \rho c (1-v) q_v \quad (\text{W/K}) \quad (9.2)$$

Infiltration och exfiltration benämns i fortsättningen filtration och avser ett flöde utöver det normala ventilationsflödet som går igenom en byggnad. Filtrationens förlustfaktor med dimensionen [W/K] kan för filtrationsflödet q_f beräknas som:

$$Q_f = \rho c q_f \quad (\text{W/K}) \quad (9.3)$$

Byggnadens förlustfaktor Q med dimensionen [W/K] kan beräknas som summan av klimatskalets, ventilationens och filtrationens specifika värmeförlust.

$$Q = Q_t + Q_v + Q_f \quad (\text{W/K}) \quad (9.4)$$

Gratisvärmertilskott

Gratisvärmertilskott från brukare, hushållsel, fastighetsel och solinstrålning är ett väl använt begrepp även om dessa tillskott är långt från gratis. Solinstrålningen anges som är instrålning mot 1 m² fönster, vilket minskas med en g-faktor g_f och multipliceras med den aktuella fönsterytan A_f . I denna enkla modell görs ingen skillnad mellan fönsteryta och glasyta.

Det antas här att solinstrålningen varierar med utetemperaturen för att på ett enkelt sätt beskriva solinstrålningens variation över året. Variationen anges med termen $g_g T_u$ och termen P_{s0} är solinstrålning per m² vid utetemperaturen 0 °C. De tre första tillskotten antas vara konstanta över året och kan summeras med solinstrålningens grundvärde P_{s0} till P_{g0} enligt (9.6).

$$P_g = P_{g0} + g_f A_f g_g T_u \quad (\text{W}) \quad (9.5)$$

$$P_{g0} = P_p + P_h + P_f + g_f A_f P_{s0} \quad (\text{W}) \quad (9.6)$$

Gränstemperatur för nettovärmebehov

Gränstemperaturen för nettovärmebehov för värme och ventilation T_g kan beräknas som en linjär funktion av utetemperaturen som följer:

$$T_i = T_{i0} + g_i T_u \quad (^\circ\text{C}) \quad (9.7)$$

$$T_g = T_{gn} + g_n T_u = T_i - P_g/Q \quad (^\circ\text{C}) \quad (9.8)$$

Insättning av (9.5) och (9.7) i (9.8) ger efter förenkling:

$$T_{gn} = (T_{i0} - P_{g0}/Q)/g_n \quad (^\circ\text{C}) \quad (9.9)$$

$$g_n = 1 + g_i - g_f A_f g_g/Q \quad (^\circ\text{C}) \quad (9.10)$$

Modellparametrar

Alla beskrivna modellparametrar har beräknats med medelvärde och standardavvikelse enligt Tabell 9.1 nedan. Standardavvikelsen kan vara absolut eller relativ i förhållande till medelvärdet. Alla modellparametrar har absoluta fel utom parametrarna 6-10, vilka är de som anger U-värden för olika ytor och u-värde för köldbrygga.

Medelvärdena och standardavvikelserna för parametrarna i Tabell 9.1 har valts för endast testa direktmetoden och skall inte antas vara några referens- eller riktvärden.

Tabell 9.1 Modellparametrars beteckning, enhet, medelvärde och standardavvikelse

nr	beskrivning	beteckning	enhet	medelvärde	standardfel	0 _{fix}	1 _{abs}	2 _{rel}
1	golvyta	A_g	m ²	100.00	1.00		1	
2	väggyta	A_y	m ²	85.00	1.00		1	
3	fönsteryta	A_f	m ²	15.00	1.00		1	
4	takyta	A_t	m ²	100.00	1.00		1	
5	köldbrygga	a_k	m	90.00	1.00		1	
6	U-värde golv	U_g	W/Km ²	0.20	0.10			2
7	U-värde vägg	U_y	W/Km ²	0.30	0.10			2
8	U-värde fönster	U_f	W/Km ²	1.20	0.10			2
9	U-värde tak	U_t	W/Km ²	0.20	0.10			2
10	u-värde köldbrygga	u_k	W/Km	0.10	0.10			2
11	ventilationsflöde	q_v	l/s	35.00	5.00			1
12	verkningsgrad	v	-	0.50	0.10			1
13	filtrationsflöde	q_f	l/s	5.00	5.00			1
14	personvärme	P_p	W	150.00	10.00			1
15	hushållsel	P_h	W	400.00	20.00			1
16	solinstrålning	P_{s0}	W/m ²	30.00	5.00			1
17	solinstrålning	g_g	W/Km ²	1.00	0.10			1
18	g-faktor	g_f	-	0.50	0.10			1
19	innetemperatur	T_{i0}	°C	21.00	0.50			1
20	innetemperatur	g_i	-	0.05	0.01			1
21	normalårstemperatur	T_{un}	°C	6.00	0.50			1
22	fastighetsel	P_f	W	100.00	5.00			1
23	varmvatten	E_{vv}	kWh	3000.00	300.00			1

Nettovärmebehov

Nettovärmebehovet för värme och ventilation kan beräknas med den totala förlustfaktorn Q och gradtimmetabeller eller gradtimmefunktionen $G_t(T_{gn}, T_{un})$ för en given gränstemperatur T_{gn} här enligt (9.8) och dito normalårstemperatur T_{un} som följer:

$$E_n = Q g_n G_t(T_{gn}, T_{un}) \quad (\text{Wh}) \quad (9.11)$$

Total årsenergianvändning enligt BBR

Den sökta totala årsenergianvändningen enligt BBR-kravet där varmvatten och fastighetsel ingår och hushållselanvändningen inte ingår kan skrivas som:

$$E_{BBR} = (E_n + 8760 P_f) / kA + E_{vv} / A \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (9.12)$$

där parametern k är kilo och parametern A är golvytan.

Jämförelse med exakt beräkning

Modellen beskriven enligt (9.1-12) har genomräknats för 100, 1000, 10000 och 1000000 slumpmässiga fall och skattat medelvärde, skattad standardavvikelse samt beräknad och sorterad kvantilgräns redovisas i Tabell 9.2 för modellparametrar enligt Tabell 9.1.

Den skattade fördelningsfunktionen enligt antagande om normalfördelning redovisas i Figur 9.1-4 tillsammans med den framsorterade fördelningsfunktionen för de fyra fallen med olika antal genomräkningar. Notera att medelvärde och medianvärde inte sammanfaller, eftersom energianvändningen är en olinjär funktion av de ingående osäkra parametrarna.

Gradtimmefunktionen $G_t(T_{gn}, T_{un})$ är en mer eller mindre en kvadratisk funktion och kan med antaganden om att utetemperaturens frekvensfunktion är en konstant f i intervallet (T_{min}, T_{max}) skrivas som följer:

$$G_t(T_g, T_{un}) = f (T_g - T_{min})^2 / 2 \quad T_g < T_{max} \quad (^\circ\text{Ch}) \quad (9.13)$$

Ett påpekande är att för $T_g > T_{max}$ är gradtimmefunktionen en linjär funktion av gränstemperaturen T_g där tillskottet över T_{max} kan skrivas som $8760 (T_g - T_{max})$. En jämförelse mellan den exakta gradtimmetabellens värden och den förenklade gradtimmefunktionen enligt (9.13) redovisas i Figur 9.5 där även intervallet (T_{min}, T_{max}) anges. Skillnaden mellan de två funktionerna är inte stor. De två temperaturgränserna och parametern f beräknas enligt nedan.

$$T_{min} = T_{un} - G_t(T_{un}, T_{un}) / 2190 \quad (^\circ\text{C}) \quad (9.14)$$

$$T_{max} = T_{un} + G_t(T_{un}, T_{un}) / 2190 \quad (^\circ\text{C}) \quad (9.15)$$

$$f = 8760 / (T_{max} - T_{min}) = 8760 \cdot 1095 / G_t(T_{un}, T_{un}) \quad (\text{h}^\circ\text{C}) \quad (9.16)$$

Jämförelse har gjorts mellan den exakta beräkningen och två enkla modellfall för en linjär modell enligt (7.2) och ett modellfall för en förenklad kvadratisk modell enligt (7.4). Parametern b_i bestäms för modell 1 som $b_i = E_{i+} - E_0$ och för modell 2 som $b_i = E_{i-} - E_0$. Resultatet redovisas i Tabell 9.2.

Slutsatsen är att den minimala direktmetoden skattar kvantilgränsen väl jämfört med ett stort antal slumpmässiga beräkningar. Skillnaden mellan de två linjära modellerna och den förenklade kvadratiske modellen är inte stor. Det som skiljer är att medelvärdet är något högre för den förenklade kvadratiske modellen än för de linjära modellerna. Detta kan förklaras med medelvärdeskattningen enligt (7.10). Standardavvikelsen för modell 3 är ett medelvärde av standardavvikelsen för de två linjära modellerna, vilket framgår av (7.8) jämfört med hur parametern b_i bestäms för modell 1 som $b_i = E_{i+} - E_0$ och för modell 2 som $b_i = E_{i-} - E_0$.

Tabell 9.2 Modellerad och simulerad 0.9-kvantilgräns, beräknad och sorterad, medelvärde och standardavvikelse

modell	antal data	0.9-kvantil sorterad kWh/m ²	0.9-kvantil beräknad kWh/m ²	medelvärde beräknat kWh/m ²	standardfel beräknat kWh/m ²
1	24	-	143.67	126.17	13.66
2	24	-	143.81	126.17	13.77
3	47	-	143.93	126.36	13.71
exakt	100	144.90	145.69	128.00	13.80
exakt	1000	144.19	143.58	125.79	13.88
exakt	10000	144.26	143.92	126.30	13.75
exakt	100000	144.30	144.06	126.47	13.73

Notera att de exakta beräknade medelvärdena och standardavvikelsena varierar något med antalet data från 100 till 100000 dock mindre än 0.01 relativt sett. De framsorterade kvantilgränserna varierar något mindre än de beräknade om än något slumpmässigt.

De modellerade medelvärdena och standardavvikelsena skiljer sig inte mycket från de som simulerats fram med ett stort antal data.

Skattning av parametern b i modellerna enligt (7.2-4) ligger till grund för det beräknade standardfelet i Tabell 9.2 och har beräknats numeriskt som en derivata för varje variabel som har normerats med sin standardavvikelse eller sitt standardfel. Detta är en enkel beräkning, men egentligen skulle en regelrätt derivata beräknas för varje variabel för att skatta parametern vektor b helt utan fel.

En naturlig frågeställning hur stort blir felet mellan grov numeriskt derivering och analytisk? En kontroll har skett med den i detta avsnitt redovisade modellen och felet är försumbart. Det numeriska beräkningssättet kan förbättras genom att endast ändra varje variabel med en mindre del av dess standardavvikelse.

I appendix A redovisas en analytisk beräkning av medelvärde och standardavvikelse för samma modell med två mindre förenklingar som redovisats i detta avsnitt.

Sned fördelning

De framsorterade och beräknade kvantilgränserna sammanfaller inte och förklaringen är att fördelningen inte är symmetrisk med sammanfallande medelvärde och medianvärde. De beräknade kvantilgränserna bygger på att en fördelning är symmetrisk. Två olika och inte jämförbara mått på asymmetri eller snedhet kan beräknas som:

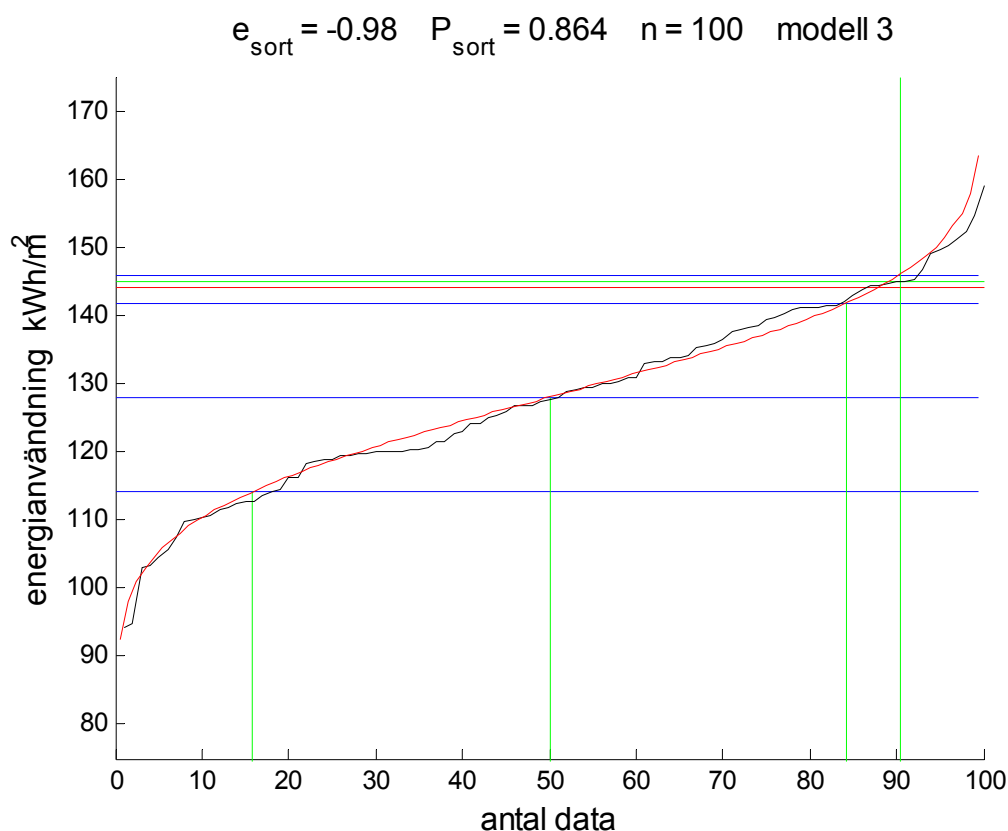
$$\gamma = (x_m - x_{0.5})/\sigma \quad (-) \quad (9.17)$$

$$\gamma = \frac{\sum^N (x_i - x_m)^3}{N\sigma^3} \quad (-) \quad (9.18)$$

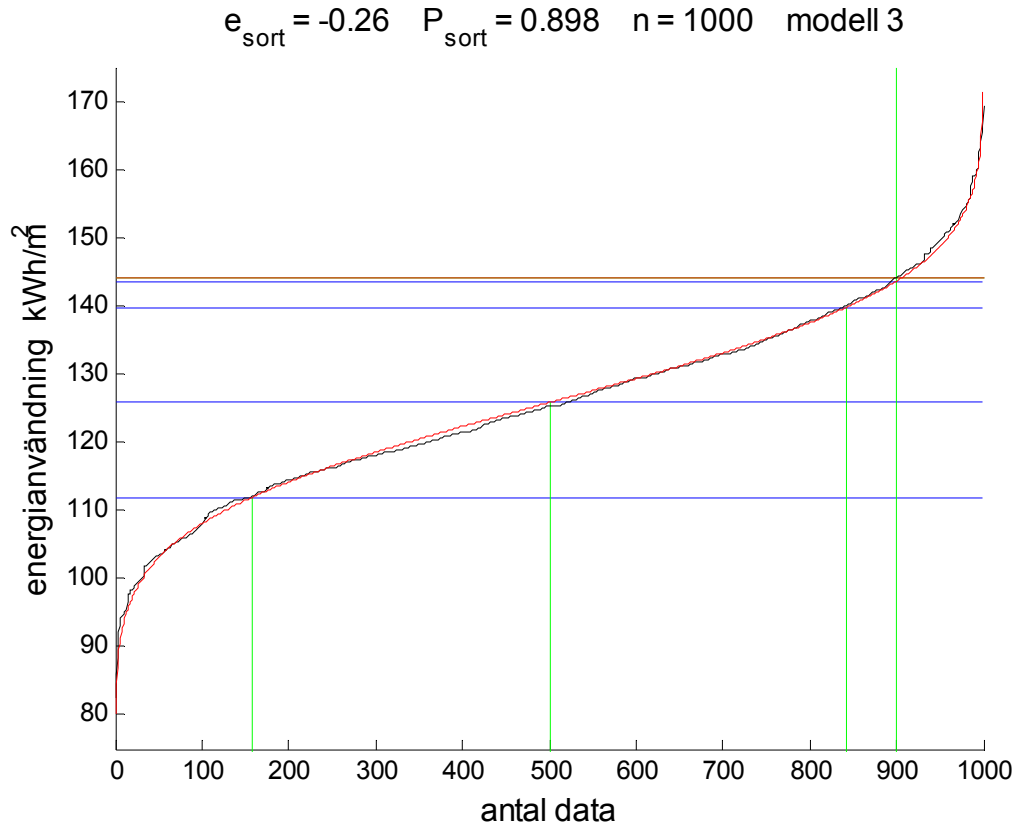
där

x_m	medelvärde
$x_{0.5}$	medianvärde
x_i	enskilt värde
σ	standardavvikelse

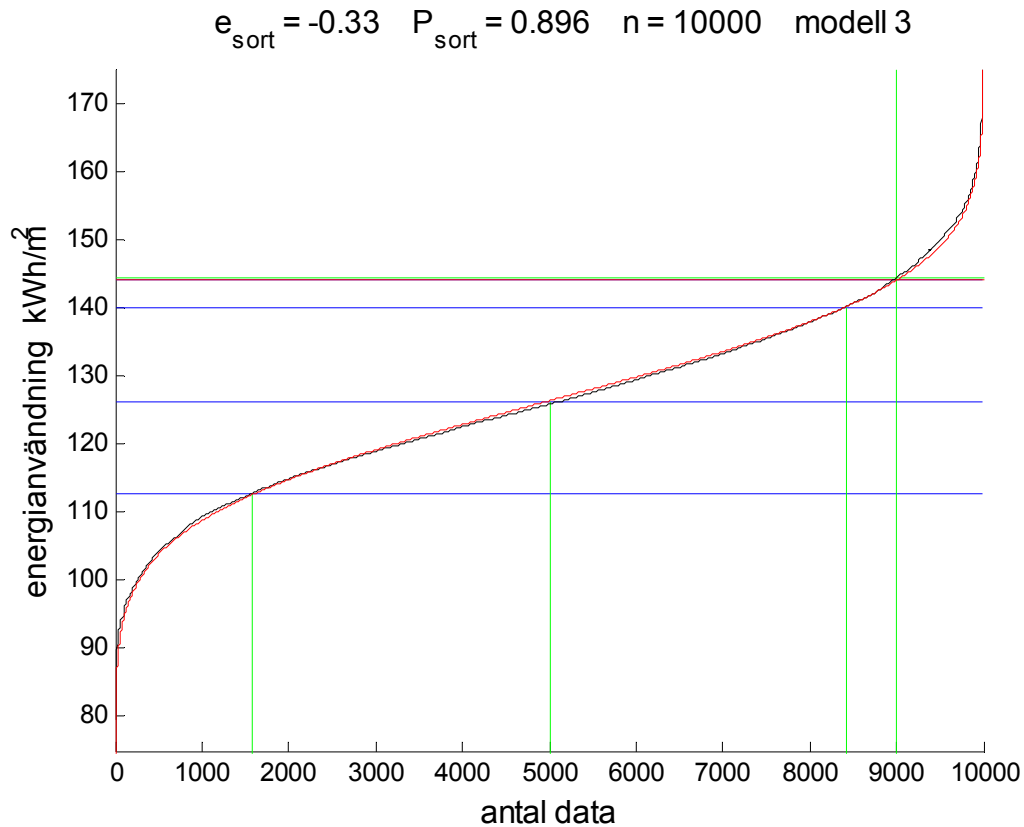
Ett positivt värde för snedheten enligt (9.17) och (9.18) innebär att medelvärdet är större än medianvärdet. Siffervärden för den enklare beräkningen enligt (9.17) är -0.1360, 0.0160, 0.0285 och 0.0302 för 100, 1000, 10000 respektive 100000 data. Den svårare beräkningen enligt (9.18) ger 0.1153, 0.0306, 0.1946 och 0.1791. En kommentar till dessa siffror är att spridningen är stor för fall med få data, vilket är naturligt. Ett värde är till och med negativt.



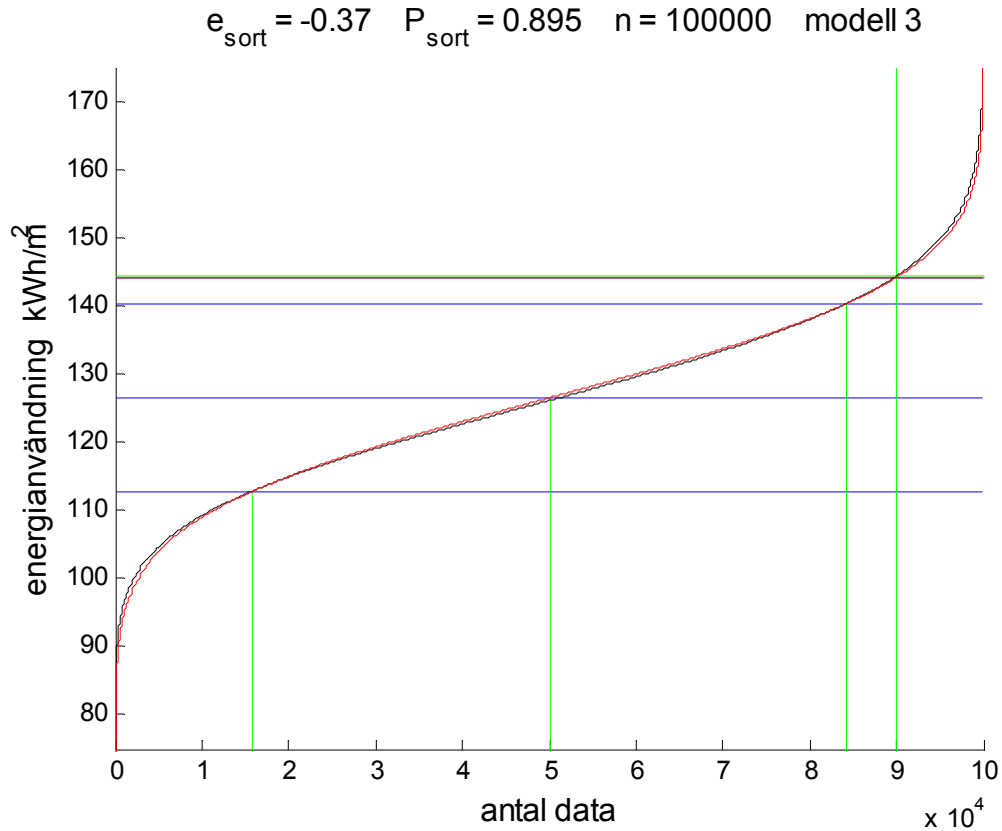
Figur 9.1 Energianvändningens sorterade och skattade fördelningsfunktion för 100 fall.



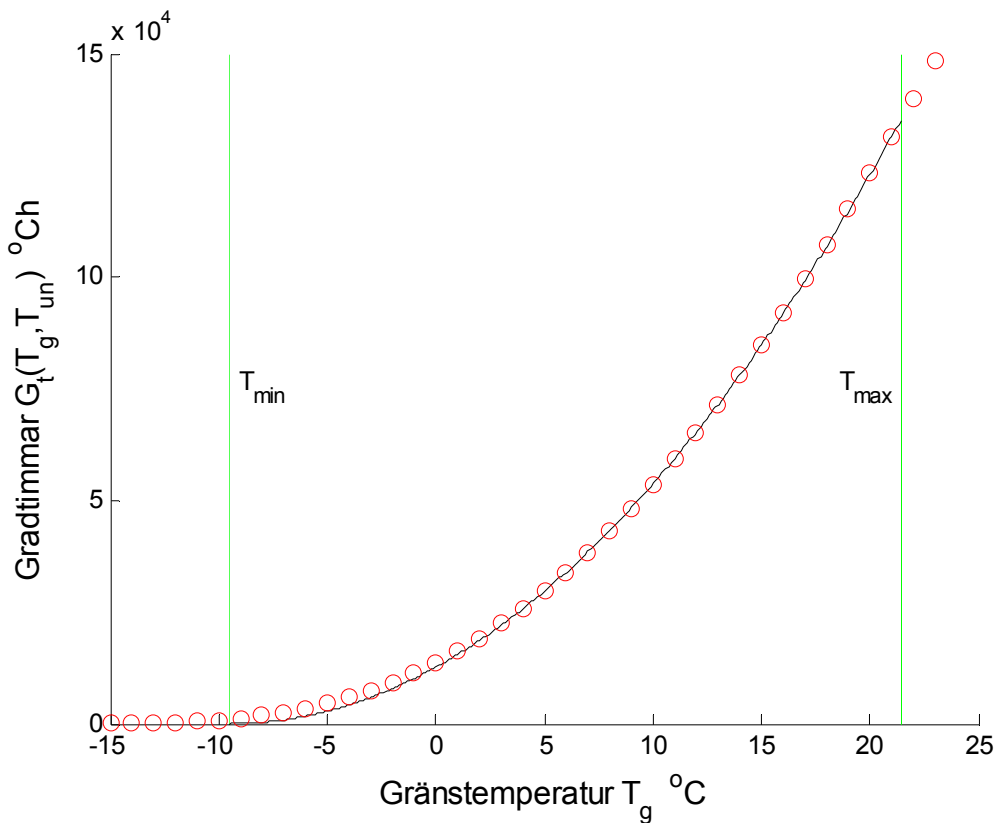
Figur 9.2 Energianvändningens sorterade och skattade fördelningsfunktion för 1000 fall.



Figur 9.3 Energianvändningens sorterade och skattade fördelningsfunktion för 10000 fall.



Figur 9.4 Energianvändningens sorterade och skattade fördelningsfunktion för 100000 fall.



Figur 9.5 Exakt och förenklad gradtimmeffunktion för normalårstemperaturen 6 °C.

Spridningsanalys med förenklad modell

Hur mycket energianvändningen beror på några viktiga parametrar redovisas med isodiagram i Figur 9.6-9. Uteklimatet är en genomgående x-axel som funktion av normalårstemperaturen eller mediantemperaturen. Innetemperatur T_i , gränstemperatur T_{gn} , fast gratisvärmestillskott P_{g0} och förlustfaktor Q är y-axel i Figur 9.6-9 och i Figur 9.10-11 redovisas motsvarande gradtimmar och drifttid som funktion av normalårstemperatur och gränstemperatur.

De fem utgångsvärdena och antagna medelvärdena är för innetemperatur $T_i = 21$ °C, utetemperatur $T_{un} = 6$ °C, gränstemperatur $T_{gn} = 13.5$ °C, fast gratisvärmestillskott $P_{g0} = 875$ W och förlustfaktor $Q = 117$ W/K. Utgångspunkten markerats i samtliga av Figur 9.6-11.

Samtliga isodiagram visar att energianvändningen minskar med ökande normalårstemperatur. Energianvändningen minskar givetvis också med minskande innetemperatur, minskande gränstemperatur och minskande värmeförlustfaktor för byggnaden och ökande gratisvärmestillskott.

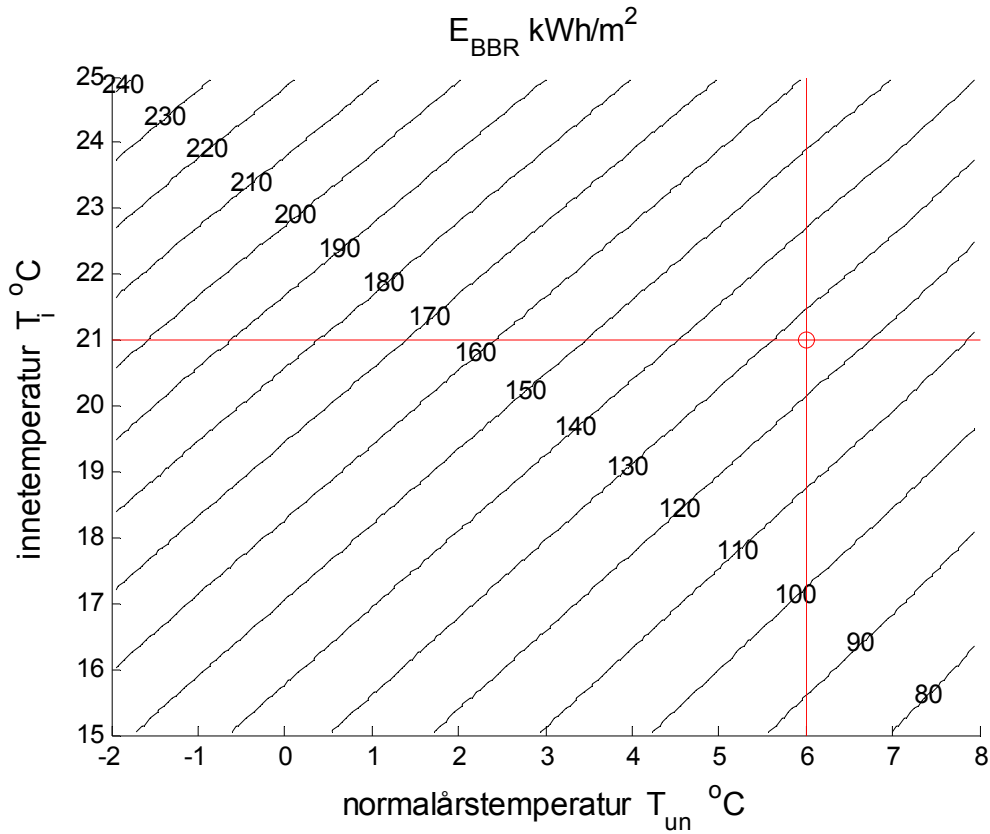
Kurvorna i Figur 9.6 och 9.7 med innetemperatur och gränstemperatur är endast sinsemellan förskjutna. Innetemperaturen 21 °C motsvaras av gränstemperatur 13.5 °C.

De viktiga slutsatserna som kan dras från isodiagrammen i Figur 9.6-9 är att en mindre osäkerhet i utetemperatur, innetemperatur, gränstemperatur, gratisvärmestillskott eller värmeförlustfaktor resulterar var för sig i en motsvarande osäkerhet och sammantaget kan osäkerheten bli betydande i förhållande till utgångsvärdet. Ett sifferexempel redovisas nedan.

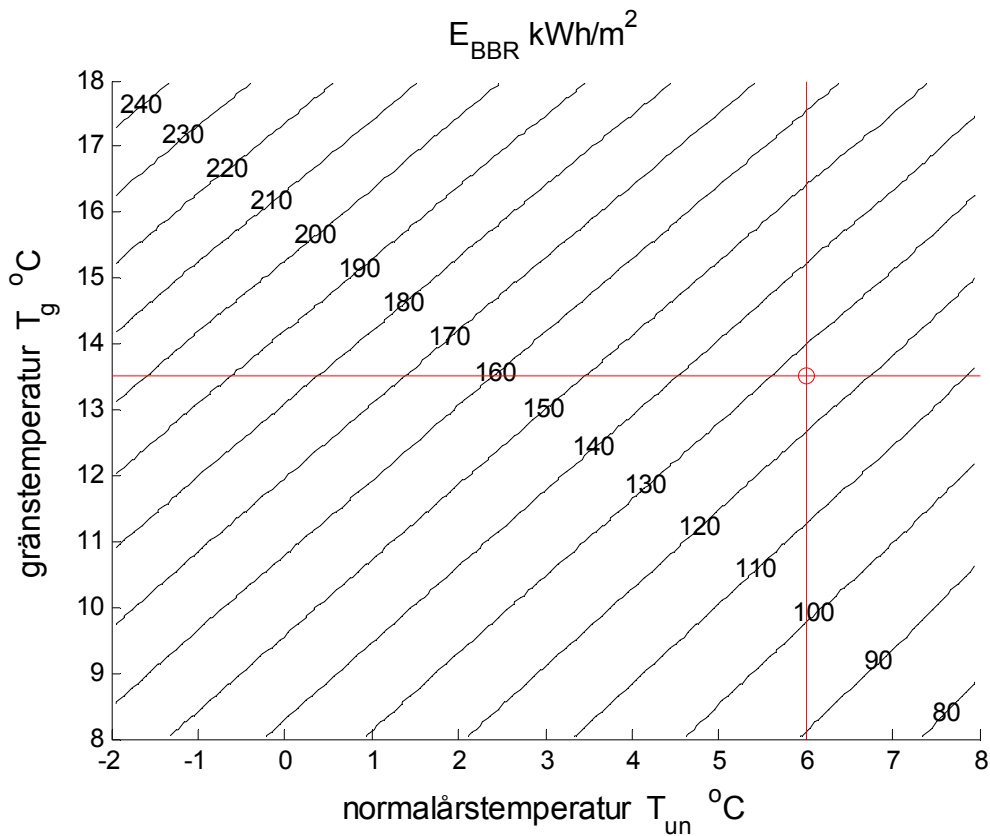
Antag att standardavvikelsen är för innetemperatur, normalårstemperatur, gratisvärmestillskott och värmeförlustfaktor för byggnaden 1 °C, 1 °C, 150 W respektive 10 W/K. Dessa fyra osäkerheter motsvarar kring utgångsfallet en motsvarande osäkerhet eller standardavvikelse för energianvändningen på 7.5, 10, 10 och 12.5 kWh/m², vilket kan skattas okulärt från Figur 9.6, 9.6, 9.8 och 9.9. Den totala standardavvikelsen kan med antagande om att de fyra variablerna är helt oberoende beräknas som 20.3 kWh/m² $((7.5^2+10^2+10^2+12.5^2)^{0.5})$.

En övre kvantilgräns för sannolikheten 0.9 blir med medelvärde 126.38 kWh/m² uträknat 152.36 kWh/m² enligt (7.1). Avståndet till medelvärdet är mer än 25 kWh/m².

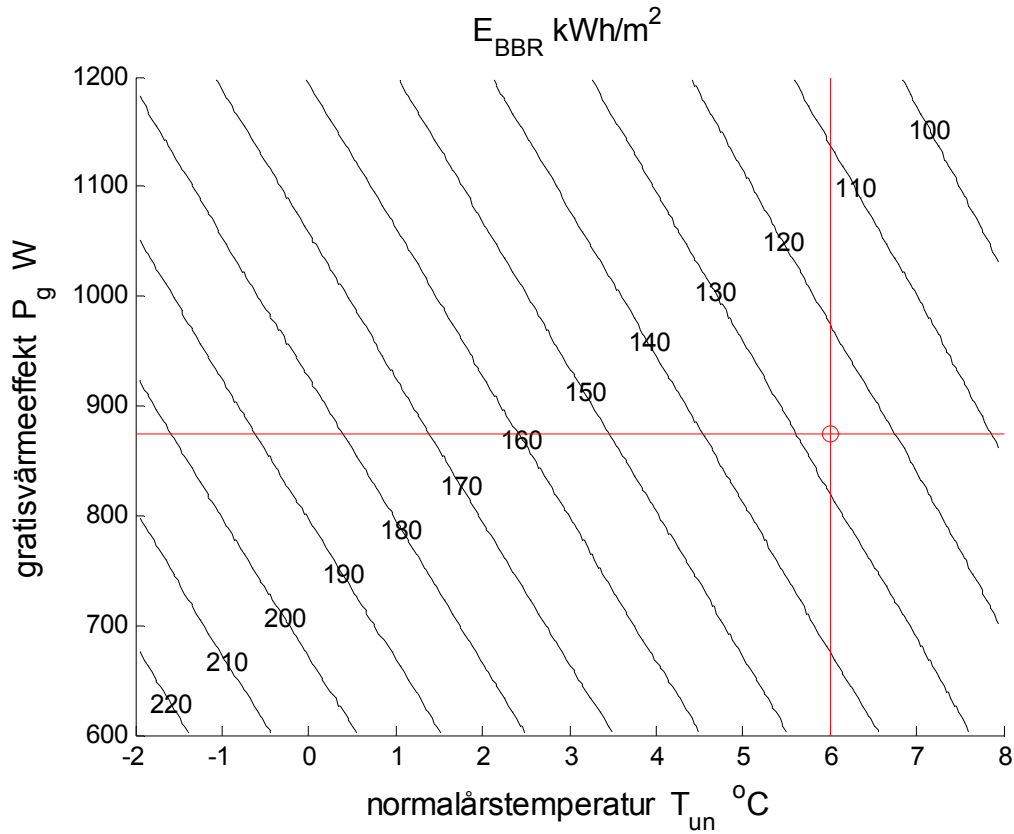
Driftiden i Figur 9.11 anger tiden för när gratisvärmestillskottet inte täcker hela värmebehovet.



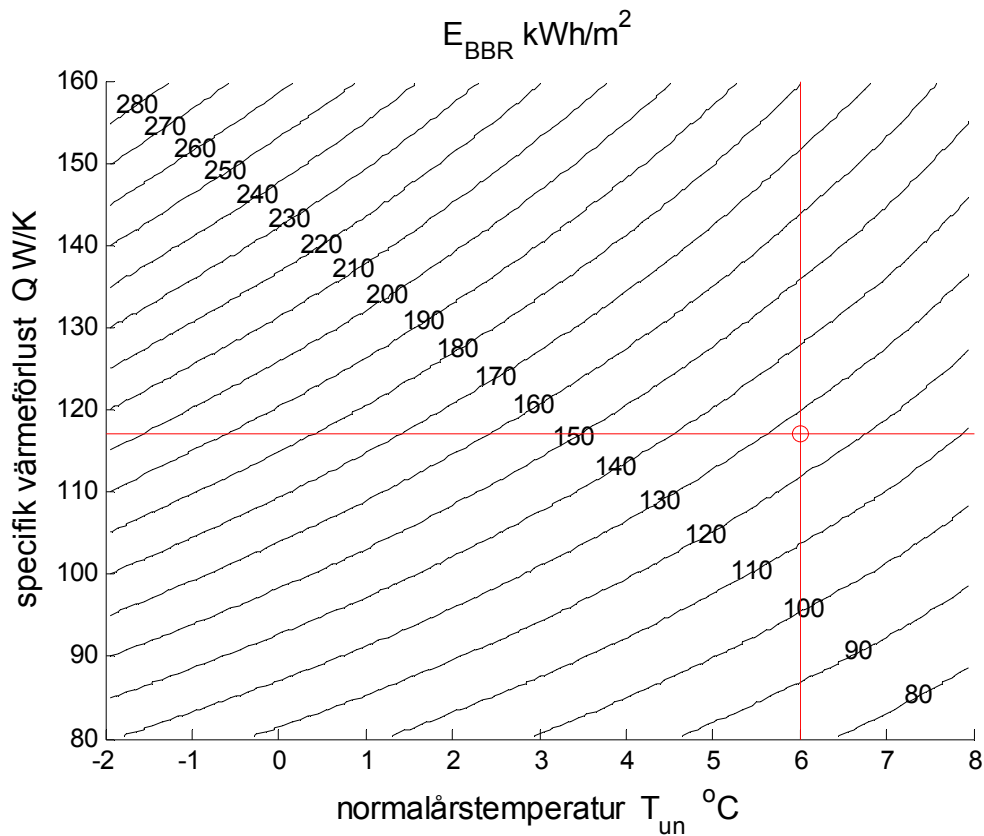
Figur 9.6 Energianvändning E_{BBR} som funktion av normalårs- och innetemperatur.



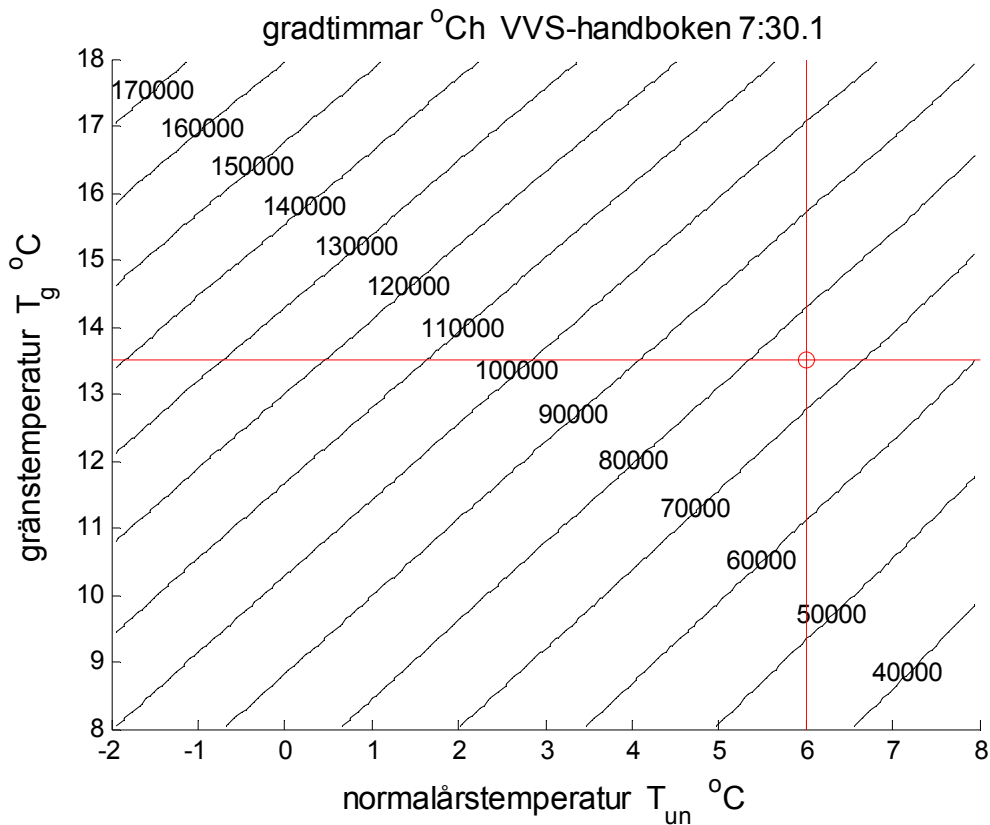
Figur 9.7 Energianvändning E_{BBR} som funktion av normalårs- och gränstemperatur.



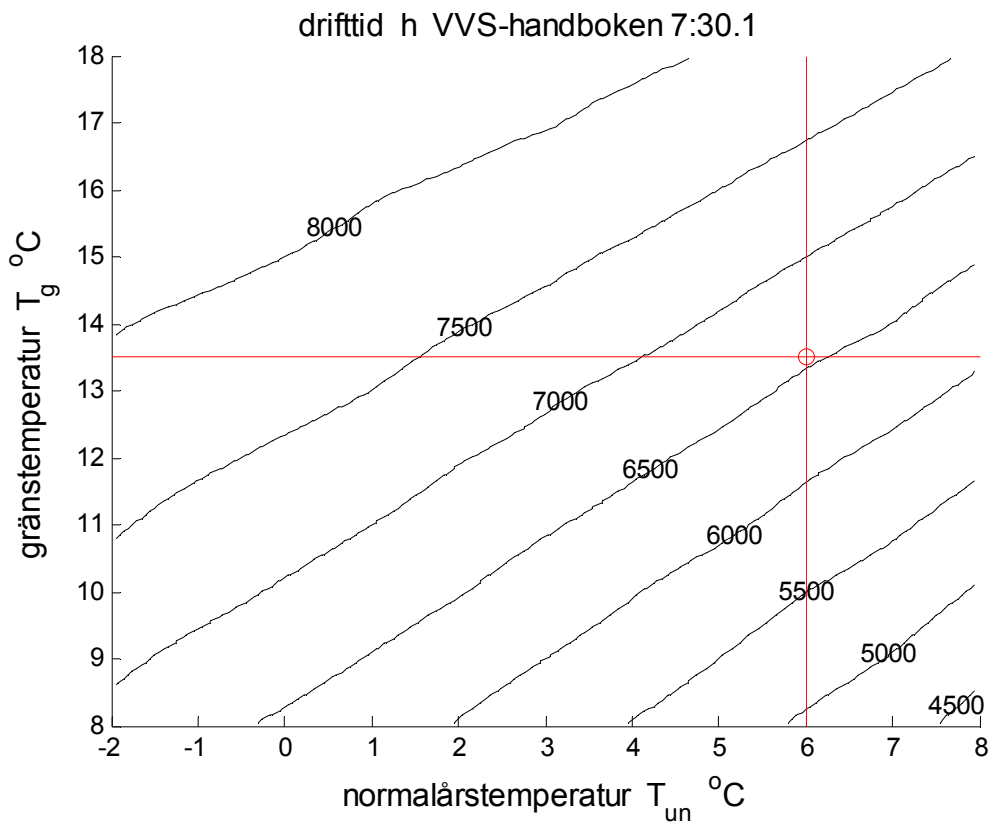
Figur 9.8 Energianvändning E_{BBR} som funktion av normalårstemperatur och gratisvärme.



Figur 9.9 Energianvändning E_{BBR} som funktion av normalårstemperatur och värmeförlust.



Figur 9.10 Gradtimmar $G_t(T_g, T_{un})$ som funktion av normalårstemperatur och gränstemperatur.



Figur 9.11 Drifttid $d_t(T_g, T_{un})$ som funktion av normalårstemperatur och gränstemperatur.

10 Minimal direktmetod - sammanfattning

En enkel sammanfattning av slutsatser om den minimala direktmetoden MDM är som följer.

Uppsummering

- MDM kan ingå i de flesta datorprogram för beräkning av en byggnads årsenergianvändning och kräver en del programkod för att bestämma olika variablers inverkan på årsenergianvändningen. Brukaren skall inte göra några beräkningar.
- MDM beskrivs med ett fåtal enkla beräkningsuttryck med de fyra räknesätten och kvadratroten.
- MDM kan tillämpas med en knapptryckning för alla variabler eller med en knapptryckning för varje enskild variabel eller för en viss grupp av variabler.
- MDM kan tillämpas med olika kombinationer med och utan osäkerhet för olika variabelgrupper såsom byggdata, klimatdata och brukardata.
- MDM kan användas för att skatta en kvantilgräns för en godtycklig sannolikhet och för att ange sannolikheten för att en viss övre gräns inte överskrids.
- MDM kan tillämpas på godtyckliga byggnader.
- MDM kan enkelt modifieras till andra krav på energianvändningar och efter nya erfarenheter om olika osäkra indata allt från byggdata, klimatdata och brukardata.
- MDM kräver att medelvärde m_i och standardavvikelse σ_i anges för osäkra variabler och motsvarande standardavvikelse σ_{Ei} för energianvändningen beräknas som:

$$\sigma_{Ei} = | E(m + \sigma_i) - E(m) | \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (10.1)$$

- MDM beräknar energianvändningens totala standardavvikelse σ_E med en matris B och de individuella variablernas standardavvikelse σ_{Ei} som:

$$\sigma_E = [\sigma_{Ei}^T B \sigma_{Ei}]^{0.5} \quad (\text{kWh/m}^2) \quad (10.2)$$

- MDM kan ange olika variablers betydelse för energianvändningens osäkerhet, varians, med en förklaringskvot på formen:

$$k_i = \sigma_{Ei}^2 / \sigma_E^2 \quad (-) \quad (10.3)$$

- MDM kan tillämpas med en linjär modell och kräver endast $n+1$ beräkningar för ett fall med n osäkra variabler. Modeller av högre ordning är obetydligt bättre.

Fortsatt forskning

Det som återstår att göra är följande:

- Att ta fram utgångsvärden för medelvärde och standardavvikelse för alla osäkra variabler som skall ingå i beräkningen av årsenergianvändningen. Detta kan också innebära att det kommer att finnas olika uppsättningar av osäkerhetsindata för olika byggnader främst beroende på brukarna.
- Att undersöka hur klimatdata kan tas fram för godtyckliga orter utan tillgängliga klimatdata genom någon form av interpolation med tillgängliga klimatdata för olika närliggande orter. Det gäller utetemperatur och solinstrålning.
- Att undersöka hur osäkerhet skall behandlas för variabler som inte är ett enda värde utan en hel tidsföljd över ett helt år. Exempel är klimatdata, hushållsel, fastighetsel, varmvatten och de boendes närvaro.
- Att undersöka om det går att säkerställa beroende mellan olika variabler, eftersom beroende ingår som icke diagonala element i matrisen B i (10.2), vilket påverkar den totala spridningen.
- Att implementera MDM i några befintliga datorprogram.
- Att testa MDM med typfall för småhus, radhus, flerbostadshus, skolor och kontor.
- Att undersöka hur beräkningsresultatet skall redovisas utöver kvantilgräns och sannolikhet för kravgräns. Det går att ange vilka variabler som påverkar spridningen mest.
- Att undersöka om den ursprungligen föreslagna partialkoefficientmetoden är ett enklare och bättre alternativ. MDM kan ses som en praktisk tillämpning av partialkoefficientmetoden. MDM utgår direkt från givna osäkerhetsdata och den aktuella byggnaden.

Appendix A Kontroll med analytisk derivata

Vilka variabler som har störst betydelse på energianvändningens spridning kan undersökas genom att derivera den här i detta avsnitt beräknade energianvändningen.

Gradtimmefunktionen beräknas med en kvadratisk funktion enligt (9.13). Två andra förenklningar för att kunna genomföra denna analys är att anta att innetemperaturen är konstant över året $g_i = 0$ och att detta även gäller för solvärmestillskottet $g_g = 0$. Detta medför att hjälp-parametern $g_n = 1$. Derivering med avseende på parametrarna g_g och g_i blir alltför bölig. Detta innebär att derivator kommer att härledas för 21 av 23 parametrar i Tabell 9.1.

Energianvändningen enligt BBR-kravet kan skrivas som följer där f , T_{min} , Q och P_g ges av (9.16), (9.14), (9.1-4) respektive (9.5-6):

$$E_{BBR} = fQ (T_i - T_{min} - P_g / Q)^2 / 2kA + 8760 P_f / kA + E_{vv} / A \quad (\text{kWh/m}^2)$$

En annan förenkling, framställningsmässigt, är att en derivata av variabeln Y med avseende på variabeln X anges som dY/dX . Några fullständiga formler kommer inte att redovisas här utan delderivator kommer att redovisas, vilka med kedjeregeln kan bilda de önskade känslighetsderivatorna.

De fem första variablernas derivator berör transmissionen med avseende på ytor och kan skrivas som följer:

$$dE_{BBR}/dA_g = dE_{BBR}/dQ U_g \quad (\text{A.1})$$

$$dE_{BBR}/dA_y = dE_{BBR}/dQ U_y \quad (\text{A.2})$$

$$dE_{BBR}/dA_t = dE_{BBR}/dQ U_t \quad (\text{A.3})$$

$$dE_{BBR}/dA_f = dE_{BBR}/dQ U_f + dE_{BBR}/dP_g g_f P_{s0} \quad (\text{A.4})$$

$$dE_{BBR}/da_k = dE_{BBR}/dQ u_k \quad (\text{A.5})$$

De fem nästa variablernas derivator berör transmissionen med avseende på U-värden och kan skrivas som följer:

$$dE_{BBR}/dU_g = dE_{BBR}/dQ A_g \quad (\text{A.6})$$

$$dE_{BBR}/dU_y = dE_{BBR}/dQ A_y \quad (\text{A.7})$$

$$dE_{BBR}/dU_t = dE_{BBR}/dQ A_t \quad (\text{A.8})$$

$$dE_{BBR}/dU_f = dE_{BBR}/dQ A_f \quad (\text{A.9})$$

$$dE_{BBR}/du_k = dE_{BBR}/dQ a_k \quad (\text{A.10})$$

Det finns tre derivator för ventilationsflöde, verkningsgrad och filtrationsflöde och de är som följer:

$$dE_{BBR}/dq_v = dE_{BBR}/dQ \rho c(1-v) \quad (\text{A.11})$$

$$dE_{BBR}/dv = - dE_{BBR}/dQ \rho c q_v \quad (\text{A.12})$$

$$dE_{BBR}/dq_f = dE_{BBR}/dQ \rho c \quad (\text{A.13})$$

Samtliga derivator enligt (A.1-13) innehåller delderivatan dE_{BBR}/dQ som beräknas med hjälp av (9.11-13), vilket ger följande:

$$dE_{BBR}/dQ = f [(T_i - T_{min})^2 - P_g^2 / Q^2] / 2kA \quad (\text{A.14})$$

Känslighetsderivatorna för värmetilskotten personvärme, hushållsel och fastighetsel samt solinstrålning och fönsters g-faktor kan skrivas som:

$$dE_{BBR}/dP_p = dE_{BBR}/dP_g \quad (\text{A.15})$$

$$dE_{BBR}/dP_h = dE_{BBR}/dP_g \quad (\text{A.16})$$

$$dE_{BBR}/dP_f = dE_{BBR}/dP_g + 8760/kA \quad (\text{A.17})$$

$$dE_{BBR}/dP_s = dE_{BBR}/dP_g g_f A_f \quad (\text{A.18})$$

$$dE_{BBR}/dg_f = dE_{BBR}/dP_g A_f P_s \quad (\text{A.19})$$

Alla derivatorna (A.4,15-19) innehåller delderivatan dE_{BBR}/dP_g som kan beräknas med hjälp av (9.11-13), vilket ger följande:

$$dE_{BBR}/dP_g = - f [T_i - T_{min} - P_g / Q] / kA \quad (\text{A.20})$$

För innetemperaturens inverkan gäller:

$$dE_{BBR}/dT_i = Q f [T_i - T_{min} - P_g / Q] / kA \quad (\text{A.21})$$

För utetemperaturen eller normalårstemperaturens inverkan sker detta genom de två parametrarna f och T_{min} som följer:

$$dE_{BBR}/df = Q [T_i - T_{min} - P_g / Q]^2 / 2kA \quad (\text{A.22})$$

$$dE_{BBR}/dT_{min} = - Q f [T_i - T_{min} - P_g / Q] / kA \quad (\text{A.23})$$

Parametrarna f och T_{min} kan skrivas en funktion av normalårstemperaturen T_{un} med utnyttjande av gradtimmevärdet $G_t(T_{un}, T_{un})$ för gränstemperaturen T_{un} och samma normalårstemperatur T_{un} och följande samband som följer:

$$T_{min} = T_{un} - G_t(T_{un}, T_{un})/2190 \quad (\text{A.24})$$

$$T_{max} = T_{un} + G_t(T_{un}, T_{un})/2190 \quad (\text{A.25})$$

$$f = 8760/(T_{max} - T_{min}) = 8760 \cdot 1095 / G_t(T_{un}, T_{un}) \quad (\text{A.26})$$

De två resterande delderivatorna av f och T_{min} med avseende på normalårstemperaturen T_{un} blir följande där derivatan dG_t/dT_{un} för med samma gränstemperatur som normalårstemperatur måste beräknas numeriskt, vilket till slut ger:

$$dT_{min}/dT_{un} = 1 - dG_t/dT_{un} / 2190 \quad (\text{A.27})$$

$$df/dT_{un} = - (8760 \cdot 1095 / G_t(T_{un}, T_{un})^2) dG_t/dT_{un} \quad (\text{A.28})$$

$$dE_{BBR}/dT_{un} = dE_{BBR}/df \cdot df/dT_{un} + dE_{BBR}/dT_{min} \cdot dT_{min}/dT_{un} \quad (\text{A.29})$$

Derivatan för varmvattenförbrukningen ges av:

$$dE_{BBR}/dE_{vv} = 1/A \quad (\text{A.30})$$

Den exakta analytiska beräkningen har jämförts med en numerisk beräkning med olika relativt derivatasteg och resultatet redovisas i Tabell A.1. Felet är försumbart även för ett derivatasteg lika med variabelns standardavvikelse. Siffrorna i Tabell A.1 visar också att om det relativa derivatasteget görs tillräckligt litet fås samma resultat som för analytisk derivering. Det skall också påpekas att det som har betydelse för många variabler är derivatasteget relativt variabelns värde.

Tabell A.1 Analytisk och numerisk beräkning av energianvändningens totala standardavvikelse σ_E för en modell enligt Tabell 9.1 med $g_i = 0$ och $g_g = 0$.

metod	relativt derivatasteg dx_i/σ_{Ei}	standardfel σ_E kWh/m ²	relativt fel kWh/m ²
analytisk	-	13.6046	-
numerisk	0.1	13.6045	-0.0000
numerisk	0.2	13.6044	-0.0000
numerisk	0.5	13.6039	-0.0001
numerisk	1.0	13.6029	-0.0001
numerisk	2.0	13.6003	-0.0003